ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර(උසස් පෙළ),2013 අගෝස්තු

සංයුක්ත ගණිතය II	පැය තුනයි.

B කොටස

11)(a). අංශුවක් , අචල දෘඩ තිරස් ගෙබිමක වූ ලක්ෂ්‍යයකින් සිරස්ව උඩු අතට u ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. ගුරුත්ව යටතේ චලනය වීමෙන් පසු එය ගෙබිම හා ගැටෙයි. අංශුව හා ගෙබිම අතර ප්‍රත්‍යාගතික සංගුණකය e$(0 < e < 1)$ වේ.

I. තුන්වෙනි ගැටුම දක්වා අංශුව චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

II. තුන්වෙනි ගැටුම දක්වා අංශුව ගන්නා කාලය $\frac{2u}{g}(1+e+e^2)$ බව පෙන්වන්න.

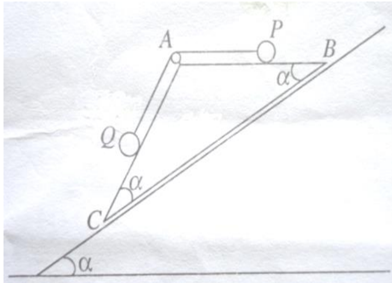
III. නිශ්චලතාවයට පැමිණීමට අංශුව ගන්නා මුළු කාලය $\frac{2u}{g(1-e)}$ බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

(b). මුළු ස්කන්ධය මෙට්‍රික් ටොන් 300 ක් වූ දුම්රියක්, එන්ජිම ක්‍රියා විරහිත කර, තිරසට $\sin^{-1}\left(\frac{1}{98}\right)$ආනතියක් ඇති සෘජු දුම්රියක් දිගේ පහළට නියත වේගයකින් චලනය වේ.දුම්රියේ ඉහළට චලිතය කෙරෙහි සර්ෂණ ප්‍රතිරෝධයේ විශාලත්වය , පහළට චලිතය සිදුවූ නියත අගයේම පවතී නම්,දුම්රිය නියත 54kmh^{-1} වේගයකින් එම දුම්රිය මාර්ගයේම ඉහලට ඇදගෙන යාම සඳහා අවශ්‍ය ජවය 900kw බව පෙන්වන්න.

දුම්රිය සෘජු තිරස් මාර්ගයක , කලින් තිබුණු විශාලත්වයම ඇති ප්‍රතිරෝධයක් සහිතව 18kmh^{-1} ක වේගයකින් ගමන් කරන විට එන්ජිම මෙම ජවය සහිතව ක්‍රියා කරන බව උපකල්පනය කරමින් දුම්රියෙහි ත්වරණය සොයන්න.(g = 9.8ms^{-2})

12)(a).ABC ත්‍රිකෝණය , ස්කන්ධය M වූ ඒකාකාර සුමට කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය ඔස්සේ වූ සිරස් හරස්කඩකි. AC හා BC රේඛා අදාල මුහුනත්වල වැඩිතම බෑවුම් රේඛා වන අතර BA හා AC රේඛා BC සමඟ සමාන α $(0 < \alpha < \pi/4)$

කෝණ සාදයි. තිරසට α කෝණයකින් ආනත අචල සුමට තලයක් මත BC අන්තර්ගත මුහුණත ඇතිව ද , AB තිරස්වද කූඤ්ඤය රූපයේ පරිදි තබා ඇත. ස්කන්ධ පිළිවෙලින් m_1 හා m_2 වන P හා Q අංශු දෙකක්, පිළිවෙලින් AB හා AC මත තබා ,A ශීර්ෂයෙහි වූ කුඩා සුමට කප්පියක් උඩින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුව තදව , පද්ධතිය නිශ්චලතාවයෙහි සිට මුදා හරිනු ලැබේ.



එක් එක් අංශුව කූඤ්ඤයට සාපේක්ෂව ත්වරණත්, කූඤ්ඤයේ ත්වරණයත් නිර්ණය කිරීම සඳහා P ට BA දිගේද Q ට AC දිගේද , මුළු පද්ධතියට BC දිගේද චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

$m_1 = m_2$ නම් , කූඤ්ඤයට සාපේක්ෂව එක් එක් අංශුවේ ත්වරණය ශුන්‍ය වන බවද , කූඤ්ඤයේ ත්වරණයේ විශාලත්වය $g\ sin\alpha$ බවද පෙන්වන්න.

(b). ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ,අරය a හා කේන්ද්‍රය O වූ අචල ගෝලයක සුමට භාහිර පෘෂ්ඨයේ ඉහළ ම ලක්ෂ්‍යයෙහි තබා ඇත, ස්කන්ධය 2m වූ වෙනත් Q අංශුවක් තිරස්ව u ප්‍රවේගයන් චලනය වෙමින් P සමඟ සරළ ලෙස ගැටේ. P හා Q අතර ප්‍රත්‍යාගතික සංගුණකය $1/2$වේ . ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු P අංශුවේ ප්‍රවේගය සොයන්න.

OP අරය θ කෝණයකින් හැරී ඇති විට තවමත් P අංශුව ගෝලය සමඟ ස්පර්ශව ඇතැයි උපකල්පනය කරමින් , P මත ගෝලය මඟින් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\frac{m}{a}[ga(3cos\theta - 2) - u^2]$ බව පෙන්වන්න.

$u = \sqrt{ga}$ නම්, Q සමඟ ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු P ගෝලීය පෘෂ්ඨය හැර යන බව ද පෙන්වන්න.

13). ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් , ස්වභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරකට ඇඳා ඇති අතර තන්තුවේ අනෙත් කෙළවර අචල O ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳා ඇත. අංශුව සමතුලිතව එල්ලෙන විට තන්තුවේ විතතිය $\frac{l}{3}$ වේ. තන්තුවේ ප්‍රත්‍යාස්ථ මාපාංකය සොයන්න.

අංශුව, O සිට $\frac{l}{2}$ දුරකින් සිරස්ව පහළින් වූ ලක්ෂ්‍යයේ තබා නිසලතාවේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. O සිට l දුරකින් සිරස්ව පහළින් වූ A ලක්ෂ්‍යය වෙත අංශුව ප්‍රථම වතාවට ළඟා වන විට එහි ප්‍රවේගය සොයන්න.

B යනු අංශුව ළඟා වන පහළම ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. A සිට B දක්වා අංශුවේ චලිතය සඳහා තන්තුවේ විතතිය x යන්න$\ddot{x} + \frac{3g}{l}\left(x - \frac{l}{3}\right)$ සමීකරණයෙන් සපුරාලන බව පෙන්වන්න.
ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම $x = \frac{l}{3} + \alpha\, cos\omega t + \beta\, sin\omega t$ ආකාරයේ බව උපකල්පනය කරමින්,α, β හාω නියත වල අගයන් සොයන්න.
එනයින්, අංශුව A සිට B දක්වා යෙදෙන සරල අනුවර්තී චලිතයේ කේන්ද්‍රය හා විස්ථාරය සොයන්න.

මුදා හල මොහොතේ සිට $\sqrt{\frac{l}{g}}\left\{1 + \frac{2\pi}{3\sqrt{3}}\right\}$ කාලයකට පසු ව අංශුව B වෙත ළඟා වන බව පෙන්වන්න. අංශුව B හි ඇති විට තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

14)(a). OABC යනු චතුරශ්‍රයක් යැයි ද, D හා E යනු පිළිවෙලින් OB හා AC විකර්ණවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යැයි ද ගනිමු. DE හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය F යැයි ගනිමු. O අනුභද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍ය වල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් a,b හා c යැයි ගනිමින්, $\overrightarrow{OF} = \frac{1}{4}(a + b + c)$බව පෙන්වන්න.
P හා Q යනු පිළිවෙලින් OA හා BC පැතිවල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය යැයි ගනිමු. P,F හා Q ලක්ෂ්‍ය ඒකරේඛීය වන බව පෙන්වා PF:FQ අනුපාතය සොයන්න.

(b). ABCD යනු ,පැත්තක දිග $2l$ හා $BD = 2l$ වූ රොම්බසයක් යැයි ගනිමු. රොම්බසයේ විකර්ණ O ලක්ෂ්‍යයේදී හමු වේ. විශාලත්වය නිවටන් 2p,6p,4p,8p හා 6p වූ බල පිළිවෙලින් AB,BC,DC,DA හා BD දිගේ, අක්ෂර අනුපොළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. $\overrightarrow{OC}$හා$\overrightarrow{OD}$ දිශාවලට බල පද්ධතිය විභේදනය කර , සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව BC ට සමාන්තර වන බව පෙන්වන්න.

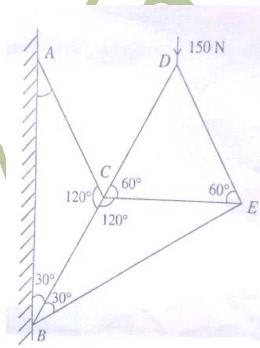
පද්ධතියේ O වටා ඝූර්ණය සොයන්න.

සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවට E ලක්ෂ්‍යයේ දී දික් කරන ලද AB හමු වේ නම් , $BE = 2l$ බව පෙන්වනන.
දැන් , නිව්ටන් $\alpha p, \beta p, \gamma p$ හා αp විශාලත්ව සහිත අතිරේක බල පිළිවෙලින් EB,CE,CA හා DC දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙලට දැක්වෙන දිශා ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. මුළු පද්ධතියම සමතුලිත්තාවේ ඇත්නම් α, β හා γ හි අගයන් සොයන්න.

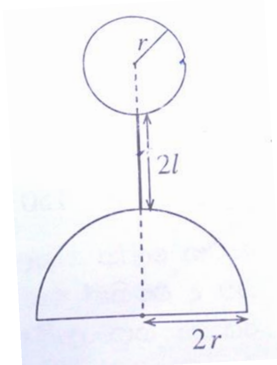
15)(a). එක එකක දිග 2a හා බර w වූ AB,BC හා CA ඒකාකාර දඬු 3ක් ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක් සෑදෙන පරිදි ඒවායේ කෙළවරවල දී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. A ශීර්ෂය අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත්තේ ත්‍රිකෝණයට සිරස් තලයක නිදහසේ භ්‍රමණය වීමට හැකි වන පරිදි ය.ත්‍රිකෝණයේ තලයෙහි , BC ට ලම්භ ව B හි දි යෙදු P බලයෙකින් ත්‍රිකෝණය, AB තිරස්ව හා AB ට පහළින් C තිබෙන පරිදි, අල්ලා තබා ඇත .p හි අගය සොයන්න.

C හි දී AC මඟින් BC මත යෙදෙන බලයේ තිරස් හා සිරස් සංරචක සොයන්න.

(b). යාබද රූප සටහනින් අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කරන ලද සැහැල්ලු ලෙස සන්ධි කරන ලද සැහැල්ලු දඬු හයකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් නිරූපණය වේ. එය සිරස් බිත්තියකට A හා B හි දී සුමටව අසව් කර ඇති අතර , D හි දී 150N භාරයක් දරයි. බෝ අංකනය යොදා ගනිමින් ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ ,එනයින් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල, ආතති හෝ තෙරපුම් වශයෙන් දක්වමින්, නිර්ණය කරන්න.



16). අරය a වූ ඝන අර්ධ ගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය , එහි සමමිතික අක්ෂය මත, ආධාරකයේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{3a}{8}$ දුරකින් පිහිටින බව පෙන්වන්න.
එකම ඒකාකාර ද්‍රව්‍යයකින් සෑදී ඝන අර්ධ ගෝලයක් හා ඝන ගෝලයක්, දිග $2l$ සහ ස්කන්ධය m වූ ඒකාකාර දණ්ඩක කෙළවරට රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට අර්ධ ගෝලයේ සමමිතික අක්ෂය, දණ්ඩ හා ගෝලයේ කේන්ද්‍රය එකම සරල රේඛාවක් මත පිහිටින පරිදි දෘඩ ලෙස සවි කිරීමෙන්, සංයුකත වස්තුවක් සාදා ඇත. ගෝලයේ අරය r ද, ස්කන්ධය m ද වන අතර, අර්ධ ගෝලයේ අරය 2r වේ. සංයුක්ත වස්තුවේ ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය, අර්ධ ගෝලයේ ආධාරකයේ කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{1}{6}(8r+3l)$ දුරකින් පිහිටින බව පෙන්වන්න.



මෙම සංයුක්ත වස්තුව තිරසට θ කෝණයක් ආනත තලයක් මත, අර්ධ ගෝලයේ ආධාරකය තලය ස්පර්ශ කරමින් තබා ඇත. ලිස්සා යාම වැළැක්වීමට ප්‍රමාණවත් තරම් තලය රළු යැයි උපකල්පණය කරමින් $tan\theta < \frac{12r}{8r+3l}$ නම් සංයුක්ත වස්තුව නොපෙරළෙන බව පෙන්වන්න.

$l = \frac{4r}{3}$ හා $\theta = \frac{\pi}{6}$ නම්, සංයුක්ත වස්තුව නොපෙරෙළෙන බව පෙන්වා සංයුක්ත වස්තුව මත තලයෙන් ඇතිකරන අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය සොයන්න.

17). පාසලක එක්තරා විශයකට පෙනීසිටි සිසුන් 100 දෙනෙකු පිළිබඳ සමීක්ෂණයකට අනුව, එම සිසුන්ගෙන් 48 දෙනෙකු විභාගය අසමත් වී ඇති බව අනාවරණය විය. තවද මෙම සිසුන් 100 දෙනා අතුරෙන් 50 දෙනෙකු පාසලේදී ක්‍රීඩා කටයුතු සඳහා සහභාගී ව ඇති බවද 30 දෙනෙකු පාසලේදී සංගීත කටයුතු සඳහා
සහභාගී ව ඇතිබවද කිසිම සිසුවෙක් ක්‍රීඩා කටයුතු හා සංගීත කටයුතු යන දෙකටම සහභාගි ව නොමැති බවද අනාවරණය විය. තවද, පාසලේදී ක්‍රීඩා කටයුතු සඳහා සහභාගී වූ සිසුන්ගෙන් 60% ක් විභාගය සමත් වී ඇති අතර පාසලේදී ක්‍රීඩා කටයුතු හෝ සංගීත කටයුතු සඳහා සහභාගී නොවූ සිසුන්ගෙන් 30%ක් විභාගය සමත් ව ඇත.

ඉහත සිසුන්ගෙන් එක් සිසුවෙකු සසම්භාවීව තෝරා ගනු ලැබේ. මෙම සිසුවා ;

I. පාසලේදී සංගීත කටයුතු සඳහා සහභාගී වූ අයෙකු ලෙස දී ඇති විට , ඔහු විභාගය සමත් අයෙකු වීමේ ,

II. විභාගය සමත්වූවෙකු බව දී ඇති විට, පාසලේදී ඔහු ක්‍රීඩා කටයුතු වලට සහභාගීවූවෙකු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b). කුඩා ලෝහ බෝල 50 කින් සමන්විත කුලකයක විෂ්කම්භවල සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

විෂ්කම්භය (cm)	කුඩා බෝල සංඛ්‍යාව
0.80 - 0.81	1
0.81 - 0.82	3
0.82 - 0.83	9
0.83 - 0.84	20
0.84 - 0.85	14
0.85 - 0.86	2
0.86 - 0.87	1

විෂ්කම්භ ව්‍යාප්තියේ පළමු චතුර්ථක ගණනය කර්න්න.

2013

මෙම ලෝහ ගෝල 50 කින් සමන්විත කුලකයේ විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය 0.835cm හා 0.01cm බව දී ඇත. කුඩා ලෝහ බෝල 100 ක තවත් කුලකයක් සඳහා විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය, පළමු ලෝහ බෝල 50 හි

කුලකයේ විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය ම බව ද සම්මත අපගමනය 0.015cm බව ද දී ඇත. ලෝහ බෝල 150 හි සංයුක්ත කුලකයේ විෂ්කම්භවල මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව සොයන්න.

දෙවන බෝල 100 ක කුලකය සඳහා මිනුම් ගැනීමේදී භාවිතා කරනු ලැබූ උපකරණ දෝෂ සහිත බවද එමඟින් එක් එක් බෝලයක විෂ්කම්භය 0.015cm ප්‍රමාණයකින් අවතක්සේරු වී ඇති බවද පසුව සොයා ගනු ලැබිණි. මෙම ලෝහ බෝල 100 හි විෂ්කම්භයින්හි සත්‍ය මධ්‍යන්‍යය හා සත්‍ය සම්මත අපගමනය සොයන්න.