ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර(උසස් පෙළ),2012 අගෝස්තු
සංයුක්ත ගණිතය II | පැය තුනයි.

B කොටස

11)(a). P නම් අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයේදී ගුරුත්වය යටතේ u ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. $\frac{u}{2g}$ කාලයකට පසු , Q නම් තවත් අංශුවක් O ලක්ෂ්‍යයේදී ගුරුත්වය යටතේ v(>u) ප්‍රවේගයෙන් සිරස් ලෙස ඉහළට ප්‍රක්ෂේප කෙරේ.A යනු P අංශුව ලඟාවන ඉහලම ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. P හා Q අංශු A දී හමුවේ. P හා Q අංශු වල සම්පූර්ණ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර එකම රූප සටහනක අඳින්න.

මෙම ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර යොදාගෙන

I. $OA = \frac{u^2}{2g}$ බව,

II. $v = \frac{5u}{4}$ හා A හි දී Q හි ප්‍රවේගය $\frac{3u}{4}$ බව,

III. Q අංශුව ඉහළතම ලක්ෂ්‍යයට ලඟාවන විට P අංශුව, O ලක්ෂ්‍යයේ සිට පිහිටින උස $\frac{7u^2}{32g}$ බව පෙන්වන්න.

(b). ස්කන්ධය M kg වන මෝටර් රථයක් සඳහා සියලු වේග සඳහා නියතයක් වන R ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව තැනිතලා මාර්ගයක ගමන් කරේ, එන්ජිමෙහි උපරිම බලය H kW හා තැනිතලා මාර්ගයක මෝටර් රථයේ උපරිම වේගය v ms^{-1} නම්, M,H හා v ඇසුරෙන් R ප්‍රතිරෝධය සොයන්න.

තිරසට α ආනත සෘජු මාර්ගයක් දිගේ,

I. $\frac{v}{3}$ ms^{-1} වේගයෙන් කෙලින්ම ඉහළට ,

II. $\frac{v}{2}$ ms^{-1} වේගයෙන් කෙලින්ම පහළට,

චලනය වන විට M.H,v,g හා α ඇසුරෙන් මෝටර් රථයේ ත්වරණය ගණනය කරන්න.

(ii) අවස්ථාවේදී රථයේ ත්වරණය (i) අවස්ථාවේ ත්වරණය මෙන් දෙගුණයක් වේ නම්, M,H,v හා g ඇසුරෙන් sin α සොයන්න.

මෙම අවස්ථාවේ රථය මාර්ගයේ කෙළින්ම ඉහළට චලනය වන විට එයට ලබාගත හැකි උපරිම වේගය v ඇසුරෙන් සොයන්න.

12)(a). O ලක්ෂ්‍යයක සිට k උසකින් පිහිටි C නම් ලක්ෂ්‍යයකදී තිරසට θ කෝණයකින් ආනතව u ප්‍රවේගයෙන් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයක ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. ප්‍රක්ෂේපණ තලය මත O ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ තිරස් හා සිරස් රේඛා පිළිවෙලින් Ox හා Oy අක්ෂ ලෙස ගනිමින් ඍජුකෝණාස්‍ර කාටිසීයානු ඛණ්ඩාංක පද්ධතියක් සලකමු. t කාලයේදී අංශුව (x,y) ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටයි නම්,

$y = k + x\,tan\theta - \frac{gx^2sec^2\theta}{2u^2}$ බව පෙන්වන්න.

h ධන වන A(0,h) ලක්ෂ්‍යයේදී තිරසට α කෝණයක් ආනතව v ප්‍රවේගයෙන් P නම් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයේ ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. එම මොහොතේදීම $B\left(0,\frac{h}{2}\right)$ ලක්ෂ්‍යයේදී තිරසට $\beta(>\alpha)$ කෝණයකින් ආනතව w ප්‍රවේගයෙන් Q නම් තවත් අංශුවක් ගුරුත්වය යටතේ සිරස් තලයේ ප්‍රක්ෂේප කෙරේ. තිරස් දුර d වන ලක්ෂ්‍යයේදී P හා Q අංශු දෙක හමු වේ නම් ,

$v\,cos\alpha = w\,cos\beta$ හා $h = 2d(tan\beta - tan\alpha)$ බව පෙන්වන්න.

අංශු හමුවීමට ගතවන කාලය $\frac{h}{2(w\,sin\beta - v\,sin\alpha)}$ බවද පෙන්වන්න.

(b). තිරස් පොළොවක සිට මීටර 3 ක උසකින් පිහිටි සිවිලිමකට සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් කෙළවරක් සම්බන්ධ කර ඇත. තන්තුව, ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සවි කර ඇති චලනය වියහැකි සැහැල්ලු සුමට P නම් කප්පියක් යටින් ද, සිවිලිමට සම්බන්ධ කර ඇති සැහැල්ලු සුමට කප්පිය උඩින්ද යවා ඇත. තන්තුවේ අනෙක් කෙළවරට ස්කන්ධය M (> m) වූ Q නම් අංශුවක් සම්බන්ධ කර ඇත. චලනය විය හැකි P කප්පිය හා Q අංශුව පොළොවේ සිට පිළිවෙලින් මීටර $\frac{1}{2}$ හා මීටර 1 ක උසකින් ද, කප්පි සමඟ ස්පර්ශ නොවන තන්තු කොටස සිරස්ව ද පිහිටින විට පද්ධතිය නිශ්චලතාවෙන් මුදා හැරේ.

Q හි ත්වරණය හා තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.

Q තත්පර $\sqrt{\frac{4M+m}{(2M-m)g}}$ කාලයකට පසුව පොළොවට ළඟා වන බව හා P කප්පිය පොළොවේ සිට මීටර $\frac{1}{2} + \frac{3M}{4M+m}$ උසකට ඉහළ නගින බව පෙන්වන්න.

13) A හා B යනු සුමට තිරස් මේසයක් මත එකිනෙක අතර දුර $8l$ වන ලක්ෂ්‍ය දෙකකි. ස්කන්ධය m වූ සුමට P නම් අංශුවක් A හා B අතර ,AB මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යයක තබා ඇත. ස්වභාවික දිග $3l$ හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය 4λ වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් මඟින් A ට ද ස්වභාවික දිග $2l$ හා ප්‍රත්‍යස්ථතා මාපාංකය λ වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක් මඟින් B ලක්ෂ්‍යයට ද P අංශුව සම්බන්ධ කෙරේ.

P අංශුව C ලක්ෂ්‍යයේදී සමතුලිතතාවේ පවතී නම්, $AC = \frac{42}{11}l$ බව පෙන්වන්න.
Pඅංශුව AB හි මධ්‍යලක්ෂ්‍යය වන M ලක්ෂ්‍යයේ තබා නිශ්චලතාවෙන් මුදා හරේ.
P අංශුව, AB දිගේ A සිට x දුරින් පිහිටින විට තන්තු දෙකේ ආතති ලබා ගන්න.
$\frac{40}{11}l \leq x \leq 4l$ සඳහා P අංශුවේ චලිත සමීකරණය ලියා දක්වා සුපුරුදු අංකනයෙන්,
$\ddot{x} + \frac{11\lambda}{6ml}\left(x - \frac{42}{11}l\right) = 0$ බව පෙන්වන්න.
$y = x - \frac{42}{11}$ ලෙස ලිවීමෙන් , $\ddot{y} + \frac{11\lambda}{6ml}y = 0$ බව පෙන්වන්න.
ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම $y = A\,cos\omega t + B\,sin\omega t$ ආකාරයේ යැයි උපකල්පනය කරමින් , A,B හා ω නියත සොයන්න.
P අංශුව A ලක්ෂ්‍යයේ සිට $\frac{42}{11}l$දුරින් පිහිටින විට එහි ප්‍රවේගය සොයන්න.

14)(a). A හා B යනු O ලක්ෂ්‍යයක් සමඟ ඒක රේඛීය නොවන ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍යය දෙකක් යැයි ගනිමු. O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍යය වල පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙලින් a හා b යැයි ගනිමු. D යනු BD=2DA වන පරිදි AB මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය නම්, O ලක්ෂ්‍යය අනුබද්ධයෙන් D ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටුම් දෛශිකය $\frac{1}{3}(2a + b)$බව පෙන්වන්න.
$\overrightarrow{BC} = ka(k > 1)$ හා O,D හා C ලක්ෂ්‍ය ඒක රේඛීය නම්, k හි අගය හා OD:DC අනුපාතය සොයන්න.
a හා b ඇසුරෙන් $\overrightarrow{AC}$ ප්‍රකාශ කරන්න.

තවද , AC ට සමාන්තරව O ලක්ෂ්‍යය ඔස්සේ යන රේඛාවට E හි දී AB හමුවේ නම්, 6DE = AB බව පෙන්වන්න.

(b). OX හා OY සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසියානු අක්ෂ අනුබද්ධයෙන් A,B හා C ලක්ෂ්‍යය වල ඛණ්ඩාංක පිළිවෙලින් $(\sqrt{3}, 0), (0, -1)$ හා $\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}, -1\right)$ වෙයි. විශාලත්ව නිවටන් $6p, 4p, 2p$ හා $2\sqrt{3}p$ වන බල පිළිවෙලින් OA,BC,CA හා BO පාද දිගේ , අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දක්වෙන දිශාවට ක්‍රියා කරයි. මෙම බල වල සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.

ඒ නයින් , සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

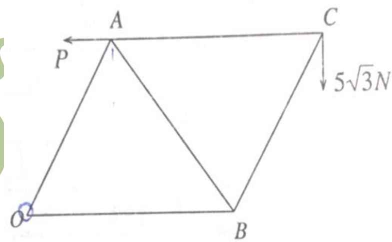
විශාලත්වය නිව්ටන් $6\sqrt{3}p$ වන වෙනත් බලයක් අක්ෂර අනුපිළිවෙලින් දැක්වෙන දිශාවලට AB දිගේ, බල පද්ධතියට යොදනු ලබයි. විශාලත්වය නිව්ටන් මීටර 10p වන යුග්මයකට බල පද්ධතිය ඌනනය වන බව පෙන්වන්න.

15)(a). එක එකක බර W වන AB හා AC ඒකාකාර සමාන දඬු දෙකක්, A හි දී සුවල ලෙස සන්ධි කර ඇති අතර B හා C කෙළවර සැහැල්ලු අවතන්‍ය තන්තුවක් මඟින් සම්බන්ධ කර ඇත. එක එකක් තිරසට α කෝණයකින් ආනත සුමට තල දෙකක් මත B හා C කෙළවරවල් පිහිටින සේ දඬු සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ තබා ඇත. BC තිරස් වන අතර BC ට පහළින් A වෙයි. B හි ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

$tan\theta > 2tan\alpha$ නම් තන්තුවේ ආතතිය $\frac{1}{2}W(tan\theta - 2tan\alpha)$ බව පෙන්වන්න; මෙහි වේ. A සන්ධියේ ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(b). OA, OB, AC, AB හා BC සැහැල්ලු සමාන දඬු 5ක් , රූපයේ පරිදි රාමු කට්ටුවක් සෑදෙන ආකාරයට ඒවායේ කෙළවරවල් සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත.

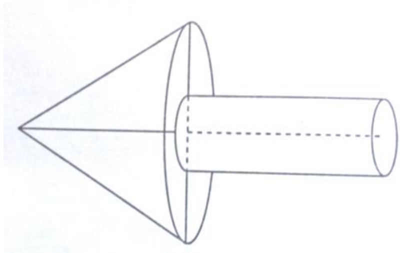
රාමුකට්ටුවේ O හි දී සුමට ලෙස අසව් කර ඇති අතර C හි දී නිව්ටන් $5\sqrt{3}$ ක බරක් දරයි. OB තිරස් වන පරිදි A දී නිව්ටන් P වන තිරස් බලයක් මගින් රාමුකට්ටුව සිරස් තලයේ තබා ඇත.



i. p හි අගය සොයන්න.
ii. O හි ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.
iii. බෝ අංකනය යෙදීමෙන් , රාමුකට්ටුව සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් ඇඳ, ආතති තෙරපුම් වෙන්කොට දක්වමින් දඬු සියල්ලෙහි ප්‍රත්‍යාබල සොයන්න.

16). උස h වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක් ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි සමමිතික අක්ෂය මත , ආධාරකයේ සිට $\frac{1}{4}h$ දුරකින් පිහිටින බව පෙන්වන්න.
රූපයේ දක්වෙන පරිදි එකට සවිකර ඇති ආධාරකයේ අරය $3r$ හා උස h වූ සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවකින් හා අරය r උස $2h$ වන සෘජු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයකින් ඒකාකාර ඝණ සංයුක්ත වස්තුවකින් සමන්විත වේ.

සංයුක්ත වස්තුවේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය , එහි සමමිතික අක්ෂය මත , කේතුවේ ශීර්ෂයේ සිට $\frac{5}{4}h$ දුරකින් පිහිටින බව පෙන්වන්න.



එක් කෙලවරක් සිවිලිමකට හා අනෙත් කෙළවර කේතුවේ වෘත්තාකාර පතුලේ පරිදියෙහි A නම් ලක්ෂ්‍යයකට සවිකර ඇති සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මඟින් සංයුක්ත වස්තුව සිරස් තලයක නිදහසේ එල්ලෙමින් තිබෙයි.

සංයුක්ත වස්තුවේ සමමිතික අක්ෂය යටි අත් සිරස සමඟ α කෝණයක් සාදයි නම්, $tan\alpha = \frac{12r}{h}$ බව පෙන්වන්න.

කේතුවේ ශීර්ෂයේදී සංයුක්ත වස්තුව සමමිතිකඅක්ෂය දිගේ P නම් බලයක් යෙදීමෙන් වස්තුවේ සමමිතික අක්ෂය තිරස් වන ආකාරයට සමතුලිතතාවේ තැබෙයි. P බලය සහ තන්තුවේ ආතතිය, W හා α ඇසුරෙන් සොයන්න; මෙහි W යනු වස්තුවේ බර වේ.

17)(a). මල්ලක සුදු 5ක් , කලු 3ක් හා රතු 7 ක් වශයෙන් සර්වසම බෝල අඩංගු වේ. ප්‍රතිස්ථාපන රහිතව බෝල තුනක් සසම්භාවී ලෙස මල්ලෙන් ගනු ලැබේ.

i. බෝල තුනම කලු වීමේ,
ii. බෝල තුනෙන් කිසිම බෝලයක් සුදු නොවීමේ,
iii. යටත් පිරිසයින් එක බෝලයක් සුදු වීමේ,
iv. කලු , රතු, ඊලඟට සුදු යන පටිපාටියට බෝල තුන ගැනීමේ

සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b). එක්තරා පන්තියක සිසුන්ට සංඛ්‍යානය ප්‍රශ්න පත්‍රයක් දෙනු ලැබේ. මෙම සිසුන් ලබා ගන්නා ලකුණු පහත දක්වා ඇත.

ලකුණු පරාසය	සිසුන් ගණන
00 - 20	14
20 - 40	f_1
40 - 60	27
60 - 80	f_2
80 - 100	15

20 – 40 හා 60 – 80 ලකුණු පරාසවල සංඛ්‍යාත , වගුවෙහි දක්නට නැත. කෙසේ නමුත් සමූහික සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මාතය සහ මධ්‍යස්ථය පිළිවෙලින් 48 හා 50 බව දනී. වගුවේ දක්නට නොමැති සංඛ්‍යාත දෙක ගණනය කරන්න.

ඒ නයින්, සංඛ්‍යානය ප්‍රශ්න පත්‍රය සඳහා පෙනී සිටි මුලු සිසුන් ගණන ලබාගන්න.

සමූහිත දත්ත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය හා සම්මත අපගමනය සොයන්න.