ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර(උසස් පෙළ),2008 අගෝස්තු

සංයුක්ත ගණිතය II	පැය තුනයි

01)(a). දුම්රියක් සෘජු මාර්ගයක, ඒකාකාර $v\ kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් සාමාන්‍යයෙන් ගමන් කරයි. මාර්ගයෙහි ඉදිරි අලුත්වැඩියාවක් නිසා දුම්රිය dkm දුරක් ඒකාකාර මන්දනයෙන් ගොස් $u\ kmh^{-1}$ දක්වා ප්‍රවේගය අඩුකර ගනී. ඊළඟට දුම්රිය ඒකාකාර u ප්‍රවේගයෙන්, මාර්ගයේ අලුත්වැඩියා කෙරෙන $2d\ km$ දුර චලනය වේ. අනතුරුව, $3d\ km$ දුරක් ඒකාකාර ත්වරණයෙන් චලනය වී, එය v ප්‍රවේගය නැවත ලබා ගනී. දුම්රියේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරය අඳින්න.

මාර්ගය අලුත්වැඩියාව නිසා අපතේ යන කාලය, දුම්රියේ සාමාන්‍ය චලිතය සමග සැසඳීමේදී පැය $\frac{2d\,(v-u)(v+3u)}{uv(u+v)}$ බව පෙන්වන්න.

(b). සුළඟට සාපේක්ෂව වේගය $v\ kmh^{-1}$ වන හෙලිකොප්ටරයක්, පාදයක දිග $a\ km$ වූ $ABCD$ සමචතුරස්‍ර ගුවන් පථයක අකුරු පිළිවෙල මගින් දැක්වෙන අතට පියාසර කරයි. AB පාදය සමග θ සුළු කෝණයක් සාදන දිශාවකට ඒකාකාර $w(< v)kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් සුළඟක් හමයි. පෙතෙහි ශීර්ෂ වටා හැරීමේ දී කාලය අපතේ නොයන බව උපකල්පනය කර, ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳ, A සිට B දක්වා ගතවන කාලයෙත්, C සිට D දක්වා ගතවන කාලයෙත් එකතුව පැය $\frac{2a\sqrt{v^2-w^2sin^2\theta}}{v^2-w^2}$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින් , පූර්ණ පෙත සඳහා ගන්නා මුළු කාලය T සොයා, T උපරිමයක් වන θ හි අගය සොයන්න.

02)(a). ස්කන්ධය M වූ සුමට කූඤ්ඤයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව ඇත. ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් කූඤ්ඤයේ තිරසට α ආනතියක් සහිත මුහුණතක් මත තබා මුහුනතේ වැඩිතම බෑවුම් රේඛාවක් දිගේ ඉහලට v ප්‍රවේගයෙන් ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ. කූඤ්ඤයේ ත්වරණයෙහි විශාලත්වය සහ කූඤ්ඤයට සාපේක්ෂව අංශුවේ ත්වරණයේ විශාලත්වය නියත අනුපාතයකින් යුක්ත වන බව පෙන්වන්න.

අංශුව $\frac{2v(M+msin^2\alpha)}{(M+m)gsin\alpha}$ කාලයකට පසුව කූඤ්ඤය මත අංශුවේ අරම්භය ලක්ෂ්‍යය වෙත ආපසු පැමිණෙන බව තව දුරටත් පෙන්වන්න.

(b). සමාන අරයන් සහිත ස්කන්ධ පිළිවෙලින් a,b,c වූ A,B,C කුඩා සුමට ගෝල තුනක් එම පිළිවෙලට සුමට තිරස් මේසයක් මත වෙන් වෙන්ව තබා ඇත්තේ ඒවායේ කේන්ද්‍ර එකම සරල රේඛාවක පිහිටින ලෙසය. කේන්ද්‍ර රේඛාව දිගේ u ප්‍රවේගයෙන් A ගෝලය ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලබන්නේ B හි ගැටෙන පරිදිය .ඊලඟට B ගෝලය C හා ගැටෙයි.එක් එක් ගෝල යුගලය සඳහා ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. C ඉවතට චලනය වන ප්‍රවේගය $\frac{(1+e)^2u}{\left(1+\frac{b}{a}\right)\left(1+\frac{c}{a}\right)}$ බව පෙන්වන්න.

පිළිවලින් පළමු හා දෙවන ගැටුම් වලින් පසු A හා B නිසල වන බව තවදුරටත් දී ඇත්නම් a : b : c අනුපාතය සොයා පද්ධතියේ ඉතිරි චාලක ශක්තිය මුල් අගයෙන් භාගයක් ලෙස ප්‍රකාශ කරන්න.

03). කේන්ද්‍රය O සහ අරය a වූ අවල සුමට ගෝලීය කබොලක $\frac{a}{4}$ දුරක් O ට ඉහළින් වූ තිරස් තලයෙන් කැපෙන උඩ කොටස ඉවත් කිරීමෙන් පාත්‍රයක් සාදා ඇත. P අංශුවක් පාත්‍රයේ ඇතුලත පහත් ම ලක්ෂ්‍යයේ සිට u වේගයකින් තිරස් ව ප්‍රක්ෂේපණය කරනු ලැබේ.

i. OP උඩු සිරස සමග θ කෝණයක් සාදන විට අංශුවේ වේගය සහ පාත්‍රයත් අංශුවත් අතර ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වයත් සොයන්න.

ii. $u^2 > \frac{11ga}{4}$ බව දී ඇත්නම්, අංශුව පාත්‍රයේ දාරය හැර යන බව පෙන්වන්න.

iii. $u^2 > \frac{13ga}{2}$ බව දී ඇත්නම්, අංශුව පාත්‍රයේ දාරය හැර ගිය පසුව ගුරුත්වය යටතේ සිදුවන නිදහස් චලිතයේදී, අංශුව පාත්‍රය ඇතුලට නොවැටෙන බවත් පෙන්වන්න.

04). ස්වාභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක් කෙළෙවරක් අවල O ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇති අතර , අනෙක් කෙළෙවරෙහි පිළිවෙලින් ස්කන්ධ m සහ $3m$ වූ P සහ Q අංශු දෙකක් , තන්තුව $l+4a$ දිගකට විස්තීරණය කරමින් සමතුලිතතාවේ එකට එල්ලෙයි. Q අංශුව ක්ෂණිකව ඉවතට වැටෙයි. t කාලයකට පසුව තන්තුවේ දිග $l+x$ වෙයි. නම්, $x>0$ සඳහා $\frac{d^2x}{dt^2}+\frac{g}{a}(x-a)=0$ සමීකරණය ලබා ගන්න.

ඉහත සමීකරණයේ විසඳුම $x=a+b\sin\omega t+c\cos\omega t$ බව දී ඇත්නම්, b හා c නියතවල අගයන් සොයන්න මෙහි $\omega^2=\frac{g}{a}$ වෙයි.

P අංශුව, ආරම්භක පිහිටීමෙන් ඉහළට ළඟාවන උපරිම උස සොයා, එම උසට ළඟාවීමට ගතවන කාලය $\sqrt{\frac{g}{a}}\{\pi-\alpha+2\sqrt{2}\}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි α යනු $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ සුළු කෝණයයි.

05)(a). බර W වූ ඒකාකාර ඝණ අර්ධ ගෝලයක්, තිරසට α කෝණයකින් ආනත රළු තලයක් මත වක්‍ර පෘෂ්ඨය පිහිටින් සේ තබා ඇත. එහි තල මුහුණතේ පරිදියෙහි ලක්ෂ්‍යයක w කුඩා භාරයක් තැබූ විට, තල මුහුණත තිරස්ව, අර්ධගෝලය සීමාකාරී සමතුලිතතාවේ පිහිටයි. ඝර්ෂණ සංගුණකය μ නම් $\mu = \frac{w}{\sqrt{W(W+2w)}} = \tan\alpha$ වන බව පෙන්වන්න.

(b). අරය a වූ H සුමට කුහර ඍජු වෘත්ත සිලින්ඩරයක් , එහි අක්ෂය තිරස්ව සවිකර ඇත. එක එකක අරය $b\left(< \frac{a}{2}\right)$ සහ බර W වූ A සහ B සමාන සුමට ඒකාකාර ඍජු වෘත්ත සිලින්ඩර දෙකක් සමමිතිකව H ඇතුලත තබා ඇත්තේ, ඒවායේ අක්ෂ H හි අක්ෂයට සමාන්තරව, සමතුලිතව තිබෙන පරිදි ය . A සහ B අතර ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{bW}{\sqrt{a(a-2b)}}$ බව පෙන්වන්න.

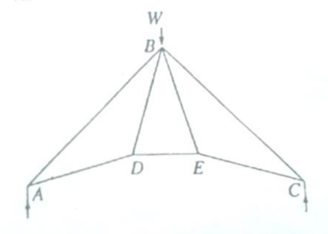
A සහ B එක එකකට සමාන C සිලින්ඩරයක්, සිය අක්ෂයට සමාන්තර වන පරිදි, ඒ දෙක මත පරිස්සමින්, සමමිතිකව තබනු ලැබෙයි. $a < b(1+2\sqrt{7})$ නම් පමණක් A සහ B ස්පර්ශව සමතුලිතතාවේ පැවතිය හැකි බව පෙන්වන්න.

06)(a). සුමට ලෙස සන්ධි කළ සමාන සැහැල්ලු දඬු හතරකින් සැදි පැත්තක දිග $2a$ වූ $ABCD$ රොම්බසයක් සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. AB දණ්ඩ සවිකර ඇත. BC සහ CD දඬු වල මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර, තන්තුව ඇදි පවතින පරිදි, ඝූර්ණය M වූ බල යුග්මයක්, රොම්බසයේ තලයෙහි DA දණ්ඩය දෙනු ලැබේ. $A\hat{B}C$ කෝණය 2θ වෙයි නම්.

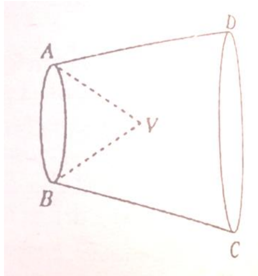
i. C සංධියේ ප්‍රතික්‍රියාව තන්තුවට සමාන්තර වන බව හා

ii. තන්තුවේ ආතතිය $\frac{M}{a\sin\theta}$ බව පෙනවන්න.

(b). පහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ නිදහස් ලෙස සන්ධි කළ සැහැල්ලු දඬු වලින් සමන්විත B හි දී W භාරයක් දරන රාමු සැකිල්ලකි. එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි A සහ C හි දී එය සිරස් ලෙස ආධාර කරනු ලැබ තිබේ. . $A\hat{B}C$ ඍජු කෝණයක් වන අතර එය BD සහ BE මඟින් ත්‍රිච්ඡේධ කරයි. $B\hat{A}D$ සහ $B\hat{C}E$ කෝණ එක් එකක් 30° ක් ද, BA = BC ද වෙයි. බෝ අංකනය යෙදීමෙන් ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහණක් අඳින්න ඒ නයින් , AD, AB, DE, සහ DB එක් එක් දණ්ඩේ ප්‍රත්‍යාබලය, ආතතියක්ද, තෙරපුමක්ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් සොයන්න.



07). පහත රූපයෙහි ABCD මගින් නිරූපණය වන්නේ සෘජු වෘත්ත කේතුවක උස h වූ ඡින්නකයක ආකාරයේ, ඝනත්වය ρ වූ ඒකාකාර ඝණ වස්තුවකි. එහි වෘත්තාකාර තල මුහුණත්වල විෂ්කම්භ $AB = 2\lambda a$ සහ $CD = 2a$ වේ. මෙහි λ පරාමිතියක් සහ $0 < \lambda < 1$ වෙයි.



එහි ස්කන්ධය $\frac{1}{3}\rho\pi a^2 h(1 + \lambda + \lambda^2)$ බවත්, එහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය. G කුඩාමුහුණතෙහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{h}{4}\frac{(3+2\lambda+\lambda^2)}{(1+\lambda+\lambda^2)}$ දුරකි පිහිටින බවත්, අනුකලනය භාවිතයෙන් පෙන්වන්න.

ආධාරක්යේ අරය a සහ උස h වූ ඒකාකාර සෘජු වෘත්ත ඝන කේතුවක ස්කන්ධය සහ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම අපෝහනය කරන්න.

ABCD ඡින්නකයෙන් ආධාරකයේ අරය λa සහ උස $\frac{h}{2}$ වූ VAB සෘජු වෘත්ත ඝණ කේතුවක් හාරා ඉවත් කිරීමෙන් J ඝන වස්තුවක් ලැබෙයි. J වස්තුවෙහි G_1 ස්කන්ධ කේන්ද්‍රයේ පිහිටීම සොයා, එය V සමග සම්පාත නොවන බව පෙන්වන්න.

J වස්තුව , වඩා විශාල මුහුනතෙහි පරිධියේ ලක්ෂ්‍යයකින් නිදහසේ එල්ලනු ලැබේ. සමතුලිත පිහිටීමේ දී J හි සමමිතික අක්ෂය සිරස සමග සාදන β සුළු කෝණය $tan\beta = \frac{8a}{h}\frac{(2+2\lambda+\lambda^2)}{(4+8\lambda+5\lambda^2)}$ මගින් දෙන බව පෙන්වන්න.

08)(a). A සහ B යනු සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. පහත දැක්වෙන ප්‍රකාශ එක එකක් අර්ථ දක්වන්න.

i. A සහ B සිද්ධි ස්වායත්ත වෙයි.
ii. A සහ B සිද්ධි අන්‍යොන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වේ.
iii. A සහ B සිද්ධි නිරවශේෂ වෙයි.

A සහ B සිද්ධි දෙකක් අනුපූරක සිද්ධි පිළිවෙලින් A' සහ B' මගින් දක්වමු.
$P(A \cap B) + P(A \cap B') = P(A)$ බව පෙන්වන්න.
$P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ සහ $P(A \cap B') = \frac{1}{2}$ බව දී ඇති විට. $P(A' \cap B)$ හි අගය සහ $P(A' \cap B')$ හි අගය සොයන්න.

2008

b). A සහ B යනු $P(B) > 0$ වන සිද්ධි දෙකකි. $P(A|B)$ මගින් දැක්වෙන, B දී ඇති විට A හි අසම්භාව්‍ය සම්භාවීතාව, $P(A \cap B)$ සහ $P(B)$ සමග ඇති සම්බන්ධතාව ප්‍රකාශ කරන්න.

ශිෂ්‍යයෙක් පාසැලට පාපැදියෙන් හෝ බසයෙන් හෝ යයි. ඔහු නියමිත වෙලාවට හෝ ඊට පෙර හෝ පාසලට පැමිනීමේ සම්භාවීතාව $\frac{19}{28}$ කි. ඔහු පාසැලට පාපැදියෙන් පැමිණි බව දී ඇති විට පමා වී පැමිණීමේ සම්භාවීතාව, ඔහු බසයෙන් පැමිණි බව දී ඇති විට පමා වී පැමිණීමේ සම්භාවීතාව මෙන් දෙගුණයක් වෙයි. ඔහු බසයෙන් පාසලට පමිණි ඕනෑම විටෙක නියමිත වෙලාවට හෝ ඊට පෙර හෝ පැමිණීමේ සම්භාවීතාව $\frac{3}{4}$ කි.

සසම්භාවී ලෙස තෝරාගත් දිනෙයක

i. ඔහු පාපැදියෙන් පාසලට පැමිණීමේ,

ii. ඔහු පමා වී පැමිණි බව දී ඇති විට ඔහු බසයෙන් ගමන් කර තිබීමේ

සම්භාවීතාව සොයන්න.

09). මධ්‍යනාය $\bar{x}$ ද , සම්මත අපගමනය S_x ද වූ $\{x_1, x_2 \dots x_n\}$ යන n සංඛ්‍යා කුලකය $i = 1,2, \dots .n$ සඳහා $y_i = ax_i + b$ සූත්‍ර මඟින් $\{y_1, y_2 \dots y_n\}$ යන n සංඛ්‍යා කුලකයට පරිණාමනය කරනු ලැබේ. මෙහි a සහ b නියත වේ.

$\{y_1, y_2 \dots y_n\}$ යන n සංඛ්‍යා කුලකයෙහි මධ්‍යනාය හා සම්මත අපගමනය පිළිවෙලින් $\bar{y}$ සහ S_v යැයි ගනිමු.

i. $\bar{y} = a\bar{x} + b$ සහ

ii. $S_y = |a|S_x$

බව පෙන්වන්න.

එක්තරා විභාගයක භූගෝල විද්‍යාව සහ ඉතිහාසය යන් විෂයවලට පෙනී සිටි අයදුම්කරුවන්ගේ ලකුණුවල මධ්‍යනාය හා සම්මත අපගමනය පහත වගුවේ දැක්වේ.

	මධ්‍යනාය	සම්මත අපගමනය
භූගෝල විද්‍යාව	m	12
ඉතිහාසය	53	s

එක් එක් විෂයයෙහි ලකුණු ඒකජ ලෙස පරිමාණගත කරන ලද්දේ මධ්‍යන්‍යය 50 ක් ද සම්මත අපගමනය 15 ක් ද තිබෙන ලෙස යැයි සිතමු. එක්තරා අපේක්ෂකයෙකුගේ මුල් ලකුණු සහ පරිමාණගත ලකුණු පහත දැක්වේ.

	මුල් ලකුණු	පරිමාණගත ලකුණු
භූගෝල විද්‍යාව	40	40
ඉතිහාසය	61	56

m හි අගය සහ x හි අගය සොයන්න.

අයදුම්කරුවන් ඔවුන්ගේ උත්තර පත් නැවත සමීක්ෂණය කර ගැනීම සඳහා ඉල්ලුම් කිරීමට ඉඩ දෙන ලදි. නැවත සමීක්ෂණයෙන් පසුව ඉතිහාසය විෂයයට පෙනී සිටි මුළු අයදුම්කරුවන්ගෙන් 0.1% ක් ගේ ඉතිහාසය ලකුණු වෙනස් විය. ලකුණු වෙනස් වූ අයදුම්කරුවන්ගේ ඉතිහාසය ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය 65 සිට 68 තෙක් වැඩි වී තිබුණි . ඉතිහාසය විෂයයට පෙනී සිටි මුළු අයදුම්කරුවන්ගෙන් , නැවත සමීක්ෂණයට පසු ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.