| ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව | |
|---|---|
| අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර(උසස් පෙළ),2006 අප්‍රේල් | |
| සංයුක්ත ගණිතය II | පැය තුනයි |

**01)**(a). ඍජු පාරක සිටින මිනිසෙක්, තමාගෙන් යම් දුරක් ඉදිරියෙන් වූ බස්නැවතුමක නිශ්චල්තාවේ සිට නියත ත්වරණයකින් ගමන් අරඹන බස් රථයක් දකියි. ක්ෂණිකව, ඔහු බස් රථය පසුපස ඒකාකාර $u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් දුව ගොස් තත්පර $T$ කාලයක දී එයට යන්තමින් ගොඩවීමට සමත් වෙයි. මිනිසා සහ බස් රථය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාර, එකම රූප සටහනක අඳින්න.

$u$ සහ $T$ ඇසුරෙන් බස් රථයේ ත්වරණයත්, බස් නැවතුමේ සිට මිනිසාගේ ආරම්භක දුරත් සොයන්න.

(b). එකිනෙක මීටර $d$ දුරකින් වූ ඍජු සමාන්තර ඉවුරු දෙකක් සහිත ගඟක ජලය නියත $u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් ගලයි. ජලයට සාපේක්ෂව $2u\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයකින් චලනය වන බෝට්ටුවකට ඍජු ගමන් මගක් ඔස්සේ එක ඉවුරක් $A$ ලක්ෂ්‍යයක සිට අනෙක් ඉවුරේ $B$ ලක්ෂ්‍යයක් වෙත ගොස් ආපසු $A$ වෙත පැමිණීමට අවශ්‍ය වෙයි. උඩු ගං දිශාව සමග $\overrightarrow{AB}$ එක්තරා $\alpha$ සුළු කෝණයක් සාදන අතර , $A$ සිට $B$ දක්වා ගමනට ගතවන කාලය , $B$ සිට $A$ දක්වා ගමනට ගතවන කාලය මෙන් දෙගුණයක් වෙයි . $A$ සිට $B$ වෙත ගමන සහ ආපසු ගමන සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳ

i. $\sin\alpha = \sqrt{\frac{5}{8}}$ බව ද ,

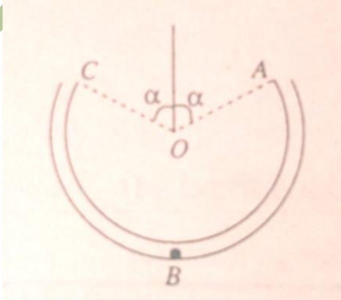
ii. $A$ සිට $B$ වෙත ගමනේ දී ඉවුරුවලට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවේ ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය $u\sqrt{\frac{3}{2}}$

බව ද පෙන්වන්න. බෝට්ටුව ගමන් දෙකට ගන්නා මුළු කාලය අපෝහනය කරන්න.

02)(a). ස්කන්ධය M වූ සුමට කූඤ්ඤයක් , සුමට තිරස් මේසයක් මත නිසලව ඇත . ආරම්භයේදී , එහි තිරසට ආනතිය $\alpha$ වූ තලය මත ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් සීරුවෙන් තබනු ලැබේ.ගම්‍යතා සංස්ථිති මූලධර්මය භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ , කූඤ්ඤයට සාපේක්ෂව v ප්‍රවේගයක් අංශුව ලබා ගන්නා විට කූඤ්ඤයේ ප්‍රවේගය $\frac{mv\cos\alpha}{M+m}$ බව පෙන්වන්න.
මෙම මොහොතේදී , කූඤ්ඤයට සවිකර ඇති අප්‍රත්‍යාස්ථ භාධකයක ගැටී , අංශුව කූඤ්ඤයට සාපේක්ෂව නිශ්චල තාවට පැමිනෙයි නම් , කූඤ්ඤයේ ප්‍රවේගයත් මේසය මත ආවේගයත් සොයන්න.

(b). සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් සුමට අචල කප්පියක් උඩින් යයි. තන්තුවේ එක් කෙළවරක ස්කන්ධය M වූ බාල්දියක් සහ අනෙත් කෙළවරින් සමාන ස්කන්ධ සහිත ප්‍රතිතෝලකයක් දරයි. බාල්දියේ තිරස් පතුල සමඟ u ප්‍රවේගයෙන් ගැටෙන පරිදි , ස්කන්ධය m වූ කුඩා බෝලයක් සිරස්ව අතහරිනු ලැබේ . ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ නම් , $\frac{m(1+e)u}{2M+m}$ ප්‍රවේගයෙන් බාල්දිය චලනය වීමට පටන් ගන්නා බව පෙන්වා , තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.
බෝලයේත් බාල්දියේත් පළමු සහ දෙවන ගැටුම අතර කාලය සොයන්න.

03)(a). පහත රූපයේ දැක්වෙන්නේ කේන්ද්‍රය $O$ අරය $a$ සහ කෝණය $2(\pi-\alpha)$ වූ වෘත්ත චාපයක ආකාරයෙන් නමන ලද $ABC$ සුමට සිහින් නලයකි; මෙහි $\alpha$ සුළු කෝණයක් වෙයි. $A, C$ විවෘත්ත දෙකෙළවර එකම තිරස් මට්ටමේ තිබෙන පරිදි, නළය සිරස් තලයක සවිකර ඇත. නළය ඇතුලත පහත් ම $B$ ලක්ෂ්‍යයෙහි අංශුවක් තබා, නළය දිගේ, තිරස් $u$ ප්‍රවේගයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. අංශුව , නළය දිගේ $A$ කෙළවරට පැමිණ අනතුරුව නිදහසේ ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ශිප්තයක් ලෙස චලිත වී , $C$ කෙළෙවරින් නැවත ඇතුල් වේ. අංශුව $A$ හි දී නලයෙන් ඉවත් වන විට එහි ප්‍රවේගය සොයා , $u^2 = ga[2(1+\cos\alpha)+\sec\alpha]$ බව පෙන්වන්න.




තව ද, අංශුව ළඟාවන උපරිම උස $O$ ට ඉහළින් $\frac{a}{2}(\cos\alpha+\sec\alpha)$ බවත් පෙන්වන්න.

(b). කේන්ද්‍රය $O$ සහ අරය $a$ වූ අචල ගෝලයක පිටත සුමට පෘෂ්ඨය මත $A$ ලක්ෂ්‍යයක නිශ්චලතාවේ සිට $P$ අංශුවක් මුදා හරිනු ලැබේ; මෙහි $OA$ , උඩු සිරස සමග $\alpha$ සුළු කෝණයක් සාදයි. $P$ අංශුව තවමත් ගෝලය මත තිබියදී , $OP$ උඩු සිරස සමග $\theta$ කෝණයක් සාදන විට $a\dot{\theta}^2 = 2g(\cos\alpha-\cos\theta)$ බව පෙන්වන්න.

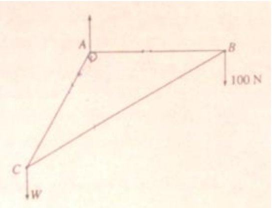
$P$ අංශුව ගෝලයෙන් ඉවතට යන ලක්ෂ්‍යයෙහි $\theta$ හි අගය සොයන්න.

**04**)(a). විදුලි දුම්රියක් $3000\ kw$ ජවයකින් ක්‍රියා කරන අතර, සමතලා මාර්ගයක $160\ kmh^{-1}$ නියත වේගයක් පවත්වාගෙන යයි. එහි චලිතයට ප්‍රතිරෝධය ගණනය කරන්න.
දුම්රියේ චලිතයට ප්‍රතිරෝධය පළමු පරිදිම තිබිය දී දුම්රිය පළමු ජවයෙන්ම ක්‍රියා කරයි. දුම්රියේ ස්කන්ධය ටොන් 450 ක් බව දී ඇත්නම්, 70 ට 1 ක ආනතියක් සහිත මාර්ගයක ඉහළට $60\ kmh^{-1}$ වේගයකින් ගමන් කරන විට දුම්රියේ ත්වරණය සොයන්න. [ ගුරුත්වජ ත්වරණය , $g = 9.8\ ms^{-2}$ ]

(b). ස්වාභාවික දිග $l$ සහ මාපාංකය $mg$ වූ ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් එක් කෙළවරක් සුමට තිරස් මේසයක් මත , එක් දාරයක සිට $2l$ දුරකින් වූ අචල $O$ ලක්ෂ්‍යයකට ඈඳා ඇත. තන්තුවේ අනෙත් කෙළවර , ස්කන්ධය $m$ වූ $P$ අංශුවකට ඈඳා ඇත. සැහැල්ලු අප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක් මගින් $P$ අංශුව , ස්කන්ධය $m$ වූ දෙවැනි $Q$ අංශුවකට සම්බන්ධ කර ඇත. ආරම්භයේ දී $OP = PQ = l$ ලෙස $Q$ අංශුව මේසයේ මට්ටමෙන් $x$ ගැඹුරකින් පිහිටයි. යාන්ත්‍රික ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන් , හෝ අන් අයුරකින් හෝ $x^2 = \omega^2[l^2 - (l - x)^2]$ බව පෙන්වන්න. මෙහි $\omega^2 = \frac{g}{2l}$ වෙයි.
$p$ අංශුවේ ඇතිවන සරල අනුවර්තී චලිතයෙහි කේන්ද්‍රය සහ විස්තාරය සොයන්න.
$p$ අංශුව, මේසයේ දාරයට ළඟාවෙන $t = \pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$ මොහොතේ දී බව පෙන්වා, එවිට එහි වේගය සොයන්න.

**05**)(a). $aF, bF, aF, bF$ හා $cF$ බල පිළිවෙලින් $ABCD$ සෘජුකෝණාස්‍රයක $BA, BC, DC, DA$ පාද දිගේ සහ $BD$ විකර්ණය දිගේ අකුරුවල අනුපිළිවෙල දැක්වෙන දිශා ඔස්සේ ක්‍රියා කරයි. මෙහි $a = AB, b = BC$ සහ $c = BD$ වෙයි. පද්ධතිය තනි බලයකට තුල්‍ය බව පෙන්වා , එහි විශාලත්වය, දිශාව සහ ක්‍රියා රේඛාව සොයන්න. අනෙකුත් බල පළමු පරිදිම නොවෙනස්ව තිබිය දී $DA$ දිගේ ක්‍රියා කරන බලය $2\ bF$ දක්වා වැඩි කළේ නම් , අලුත් පද්ධතිය, $CD$ දිගේ ක්‍රියා කරන $aF$ බලයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වන්න.

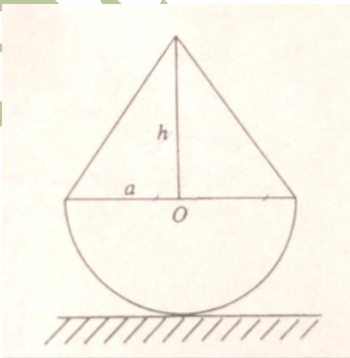
(b). පහත දැක්වෙන රූපයෙහි $ABC$ යනු , සුමට ලෙස සන්ධි කරන ලද $AB, BC, CA$ සැහැල්ලු දඬු තුනකින් සමන්විත ත්‍රිකෝණාකාර රාමු සැකිල්ලකි. මෙහි $AB = AC$ වන අතර, $B\hat{A}C = 120°$ ක් වෙයි. රාමු සැකිල්ල, $AB$ තිරස්ව, සිරස් තලයක පිහිටයි. එය, $A$ හි දී සුමට නාදැත්තකින් ආධාර කරනු ලැබ ඇති අතර, $B$ හි දී නිව්ටන් 100 ක් සහ $C$ හි දී නිව්ටන් $w$ භාර දරයි.



බෝ අංකනය යෙදීමෙන ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් ඇඳ, එමඟින් ආතති සහ තෙරපුම් වෙන්කොට දක්වමින් දඬුවල ප්‍රත්‍යාබලත්, $w$ හි අගයත් සොයන්න.

**06).** දිග $2a$ සහ බර $w$ වූ $AB$ ඒකාකාර ඉණිමගක එක කෙළවරක් වූ $A$ , රළු තිරස් ගෙබිමක් සහ $B$ අනෙක් කෙළෙවර රළු සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව තබා ඇත. ඉණිමගේ දෙකෙළවරේම ඝර්ෂණ සංගුණකය $\mu$ වෙයි. ඉණිමග ගෙබිමට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් ආනත වන අතර බර $nw$ වූ කුඩා බළලෙක් $A$ වලින් පටන්ගෙන ඉණිමග දිගේ සීරුවෙන් ඉහළට නගියි. ඉණිමගෙහි සීමාකාරී සමතුලිත අවස්ථාවේ දී , බළලා ඉණිමග දිගේ $\frac{a}{n(1+\mu^2)}[\mu^2(1+2n)+2\mu(1+n)-1]$ දුරක් නැග ඇති බව පෙන්වන්න.
තවදුරටත් , $\mu=\frac{1}{2}$ බව දී ඇති විට , $n<\frac{1}{4}$ නම් , ඉණිමග ලිස්සා යාමට පෙර , බළලාට එහි මුදුනට ළඟාවිය හැකි බව පෙන්වන්න.
$n=\frac{1}{4}$ නම් කුමක් සිදුවෙයි ද ?

**07).** රූපයේ දැක්වෙන වස්තුව , කේන්ද්‍රය $O$ සහ අරය $a$ වූ ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයකින් සහ පොදු ආධාරකයෙහි දී දෘඩ ලෙස බද්ධ කරන ලද, ආධාරකයේ අරය $a$ සහ උස $h$ වූ, එම ඝනත්වයම ඇති ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවකින් සමන්විත වේ. කේතුවේ සහ අර්ධ ගෝලයේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍ර වලට $O$ සිට දුර , අනුකලනය මඟින් සොයන්න. ඒ නයින්, සංයුක්ත වස්තුවෙහි ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය $O$ සිට $\frac{|h^2-3a^2|}{4(h+2a)}$ දුරකින් පිහිටින බව පෙන්වන්න.




සංයුක්ත වස්තුව ස්වකීය සමමිතික අක්ෂය සිරස් වන පරිදි, අර්ධගෝලාකාර පෘෂ්ඨය රලු තිරස් ගෙබිමක් මත තබා ඇත. එය , සමමිතික අක්ෂය සිරස සමග කුඩා කෝණයක් සාදන පරිදි , මෙම සමතුලිත පිහිටීමෙන් යන්තම් විස්ථාපනය කරනු ලැබේ.
$h>\sqrt{3}a$ වෙයි නම් වස්තුව ඇද වැටෙන බව පෙන්වන්න.

i. $h<\sqrt{3}a$ ,
ii. $h=\sqrt{3}a$

නම් කුමක් සිදුවේ ද?

**08)**(a). X හා Y යනු S නියැදි අවකාශයට අයත් ප්‍රභින්න සිද්ධි දෙකකි. පහත දැක්වෙන එක් එක් ප්‍රකාශනයෙහි අදහස් කෙරෙන්නේ කුමක් දැයි පැහැදිලිව ප්‍රකාශ කරන්න.

i. X හා Y සිද්ධි නිරවශේෂ වෙයි
ii. X හා Y සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වේ
iii. X හා Y සිද්ධි ස්වායත්ත වෙයි.

A හා B යනු S අවකාශයේ නිරවශේෂ සහ අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර සිද්ධි දෙකකි. $P(A) = \frac{2}{5}$ වෙයි නම් $P(B)$ සොයන්න.

C යනු , A හා C ස්වායක්ත වූ සහ $P(C) = \frac{1}{2}$ වන පරිදි වූ, S අවකාශයේ තුන්වන සිද්ධියකි $\bar{A}$ සහ $\bar{C}$ මගින් පිළිවෙලින් A හා C හි අනුපූරක සිද්ධි දැක්වෙයි. $\bar{B}$ සහ $\bar{D}$ මගින් පිළිවෙලින් B හා D හි අනුපූරක සිද්ධි දැක්වෙයි.

i. $P(A \cap C)$ ගණනය කරන්න.
ii. $P(A \cup C)$ සොයා $P(\bar{A} \cap \bar{C})$ අපෝහනය කරන්න.
iii. $\bar{A}$ සහ $\bar{C}$ ස්වායක්ත වේ ද? ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

D යනු , B සහ D අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිස්කාර වූ සහ $P(D) = \frac{1}{5}$ වන පරිදි වූ , S අවකාශයේ හතරවන සිද්ධියකි $\bar{B}$ සහ $\bar{D}$ අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිස්කාර වෙයි ද? ඔබගේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(b). රජයේ සේවකයෙක් , එක්තරා දිනක දී, කාරයෙන්, බසයෙන් හෝ දුම්රියෙන් රාජකාරියට යෑමේ සම්භාවිතා පිළිවෙලින් $\frac{1}{10}, \frac{2}{5}$ සහ $\frac{1}{2}$ වෙයි. මෙම ගමනාගම ක්‍රම මගින් පමා වී වැඩට යාමේ සම්භාවිතා පිළිවෙලින් $\frac{1}{5}, \frac{1}{2}$ සහ $\frac{3}{10}$ වෙයි. මෙම දිනයේ දී ඔහු පමා වූයේ නම් , බේස් ප්‍රමේයය භාවිතයෙන් ඔහු දුම්රියෙන් ගමන් කර තිබීමේ සම්භාවීතාව ගණනය කරන්න.

**09)**(a). $\mu$ හා $\sigma$ මගින් $\{x_i; i = 1,2,3 \dots n\}$ අගය කුලකයෙහි , පිළිවෙලින් මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය දක්වේ යැයි ගනිමු. පහත දැවෙන එක් එක් අගය කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය සොයන්න.

i. $\{x_i + \alpha ; i = 1,2,3 \dots n\}$ ; මෙහි $\alpha$ නියතයකි.
ii. $\{\beta x_i; i = 1,2,3 \dots n\}$ ; මෙහි $\beta$ නියතයකි.

ඉහත ප්‍රතිඵල භාවිතයෙන් , $\{2x_i + 3 ; i = 1,2,3 \dots n\}$ අගය කුලකයෙහි මධ්‍යන්‍යය සහ සම්මත අපගමනය සොයන්න.

(b). $3, 6, 9, 12, 4, 6, 8, 10, 12, 14, x, y$ සංඛ්‍යා දොලහේ මාතය 6 ද මධ්‍යන්‍යය 8 ද වෙයි.

i. $x$ හා $y$ හි අගය සහ

ii. ඉහත සංඛ්‍යා දොලහේ මධ්‍යස්ථය

සොයන්න.

දැන්, $8-k, 8, 8+k$ අතිරේක සංඛ්‍යා තුනක් ඇතුළත් කළ විට , සංඛ්‍යා පහලවේ විචලතාව 12 බව පෙනේ, $k$ සොයන්න.

ඉසුවර ගුරු