ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර(උසස් පෙළ),2004 අප්‍රේල්

සංයුක්ත ගණිතය I	පැය තුනයි

01)(a). $\lambda \in \mathbb{R}$ හා $p(x) = x^2 - 2\lambda(x-1) - 1$ යැයි ගනිමු.
$p(x) = 0$ හි මූල තාත්වික බව පෙන්වන්න.
$p(x) = 0$ හි මූල වල එකතුව එම මූල වල වර්ගයන්ගේ එකතුවට සමාන වන සේ වූ λ හි සියලු අගයින් සොයන්න.

(b). $p(x)$ වර්ගජ බහු පදයක් පිළිවෙලින් $(x-1),(x-2)$ හා $(x-3)$ යන්නෙන් බෙදූ විට ශේෂයන් $1, \frac{1}{2}$ හා $\frac{1}{3}$ වේ.
$(x-1),(x-2)$ හා $(x-3)$ යනු $Q(x) = x\,p(x) - 1$ මඟින් දෙනු ලබන $Q(x)$ බහුපදයේ සාධක බව පෙන්වන්න.
ඒ නයින් $Q(x)$ සොයන්න.

02)(a). එක්තරා පරීක්ෂණයකදී ඔබ විසින් ප්‍රශ්න නමයකින් හයකට පිළිතුරු සැපයිය යුතුව ඇත.එම ප්‍රශ්න හය තෝරා ගත හැකි ක්‍රම ගණන සොයන්න.

i. පළමු ප්‍රශ්න තුන අනිවාර්ය නම්,
ii. පළමු ප්‍රශ්න පහෙන් අඩු වශයෙන් හතරක් තෝරා ගත යුතු නම්,

එම ප්‍රශ්න හය තෝරා ගත හැකි ක්‍රම ගණන සොයන්න.

(b). x හි ආරෝහණ බල ඇසුරෙන් $(1+7x)^{23}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණය සලකන්න.

i. එම ප්‍රසාරණයේ වැඩිතම සංඛ්‍යාත්මක සංගුණකය ද, එයට අනුරූප ප්‍රසාරණයේ පද ද සොයන්න.
ii. x ධන යැයි දී ඇති විට, එම ප්‍රසාරණයේ හතරවන පදය වැඩිතම පදය වන සේ වූ x හි අගය පරාසය සොයන්න.

03)(a) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය උපයෝගී කර ගනිමින් සෑම n ධන නිඛිලයක් සඳහාම

$$\frac{1}{2^2-1} + \frac{1}{3^2-1} + \cdots + \frac{1}{(n+1)^2-1} = \frac{3}{4} - \frac{1}{2(n+1)} - \frac{1}{2(n+2)}$$ බව සාධනය කරන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r(r+2)}$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව අපෝහනය කර එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

(b). $|x-1|-\left|\frac{1}{2}x+1\right|<1$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු තාත්වික අගයන්ගේ කුලකය සොයන්න. විසඳුම් කුලකයේ වැඩිතම නිඛිලමය අගය අපෝහනය කරන්න.

04). ආර්ගන්ඩ් සටහනෙක O මූල ලක්ෂ්‍යය ද,A යන්න $2Z^2$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව ද, B යන්න $\frac{3}{Z^2}$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව ද නිරූපණය කරයි.

O හා B හරහා යන රේඛාව මත Z නිරූපණය කරනු ලබන ලක්ෂ්‍යය පිහිටන්නේද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.
OACB සමාන්තරාස්‍රයක් වන සේ C ලක්ෂ්‍යය තෝරාගෙන ඇත.
C මඟින් නිරූපණය කරන සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව $p+iq$ කාටීසීය ආකාරයෙන් නිර්ණය කරන්න.
OACB හි විකර්ණවල දිග සොයන්න.

05)(a). $y=e^{-x}(cos2x+sin2x)$ යැයි ගනිමු.

$\frac{dy}{dx}+y=2e^{-x}(cos2x-sin2x)$ බව පෙන්වන්න.

$\frac{d^2y}{dx^2}+p\frac{dy}{dx}+qy=0$ වන අයුරින් p හා q සංඛ්‍යා දෙක නිර්ණය කරන්න.

$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)_{x=o}$ සොයන්න.

(b). සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පෝස්ටරයක්, එහි වමෙන් හා දකුණෙන් එක එකක් $6cm$ ක් පළල තීරවලින්ද, උඩින් හා යටින් එක එකක් $8cm$ පළල තීර වලින්ද වට වූ වර්ගඵලය $972cm^2$ ක සෘජුකෝණාස්‍රාකාර මුද්‍රිත පෙදෙසක් ප්‍රදර්ශණය වන අයුරින් තැනිය යුතු වේ.
අඩුතම වර්ගඵලය සහිත පෝස්ටරයේ මාන සොයන්න.

06)(a). සුදුසු ආදේශයක් යොදා ගනිමින් $\int_{11}^{23}\frac{dx}{(x+1)\sqrt{2x+3}}$ අගයන්න.

(b). කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\int e^{3x}\,cos4x\,dx$ සොයන්න.

(c). $\int sin^4 2x\,dx$ සොයන්න.

07). U හා V යනු පිළිවෙලින් A = (5,0) හා B = (-5,0) ලක්ෂ්‍යය හරහා යන සමාන්තර රේඛා දෙකක් යැයි ගනිමු. 4x + 3y = 25 රේඛාව P දී Uද, Q දී V ද

හමුවේයැයි ගනිමු. PQ හි දිග ඒකක 5 ක් නම් . U හා V සමාන්තර රේඛා යුගලය සඳහා අවස්ථා දෙකක් තිබිය හැකි බව පෙන්වන්න. ඉහත නිර්ණය කරන ලද රේඛා හතරේම සමීකරණ ලියා දක්වන්න. මෙම රේඛා හතර මඟින් සාදනු ලබණ සමාන්තරාසයේ විකර්ණවල සමීකරණ සොයන්න. තවද ඉහත සමාන්තරාසයේ වර්ගඵලයද සොයන්න.

08). $S_1 \equiv x^2+y^2-2 = 0$ හා $S_2 \equiv x^2+y^2+3x+3y-8 = 0$ යැයි ගනිමු. $S_1 = 0$ හා $S_2 = 0$ අභ්‍යන්තර ලෙස ස්පර්ශ වන බව පෙන්වා ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යය වන P හි බන්ධාංක සොයන්න.
P ලකෂ්‍යය හරහා අඳිනු ලබන සරල රේඛාවක් පිළිවෙලින් Q හා R ලක්ෂ්‍ය වලදී $S_1 = 0$ හා $S_2 = 0$ නැවත කපයි. QR හි මධ්‍ය ලක්ෂය $x^2 + y^2 + \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}y - 5 = 0$ වෘත්තය මත බව පෙන්වන්න.

09)(a). $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ නම්, එවිට $\sin\theta \tan\theta > 2(1-\cos\theta)$ බව පෙන්වන්න.

(b). $\sin(A-B)$ හා $\cos(A-B)$ හි ප්‍රසාරණ උපයෝගී කර ගනිමින්,
$\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ හා $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ බව පෙන්වන්න.

$0 < x < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $\tan x = \frac{1-\cos 2x}{\sin 2x}$ බව පෙන්වා
$\tan\frac{\pi}{12} = \sqrt{6}-\sqrt{3}+\sqrt{2}-2$ බව අපෝහනය කරන්න.

(c). ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.
ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සුපුරුදු අංකනයෙන්

$\frac{a^2-b^2}{c^2} = \frac{\sin(A-B)}{\sin(A+B)}$ බව සාධනය කරන්න.