

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර(උසස් පෙළ),2003 අප්‍රේල්

සංයුක්ත ගණිතය I

පැය තුනයි

01). $\lambda \in \mathbb{R}$ සහ $p(x) = (\lambda - 2)x^2 - 3(\lambda + 2)x + 6\lambda$ යයි ගනිමු.

- i. සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $p(x)$ ධන වන සේ වූ λ හි අඩුතම නිඛිලය සොයන්න.
- ii. $p(x) = 0$ සමීකරණයට ප්‍රතිත්ත තාත්වික මූල දෙකක් තිබෙන්නේ λ හි කවර අගයන් සඳහා ද?
- iii. $p(x) = 0$ හි මූල තාත්වික ද එම මූල දෙකෙහි වෙනස 3 ට සමාන ද නම් λ සොයන්න.

02)(a). එක්තරා පන්තියක ශිෂ්‍යයන් 8 දෙනෙකු සිටී, තරඟයකට සහභාගී වීම සඳහා කණ්ඩායම් හතරකට එම ශිෂ්‍යයන් බෙදීමට පංතියේ ගුරුවරයාට අවශ්‍ය වේ. කණ්ඩායම් වල තරම එක හා සමාන වීම අවශ්‍යම නොවන අතර කණ්ඩායමක් එක් තැනැත්තෙකුගෙන් වුව ද සමන්විත විය හැක. අවශ්‍ය කණ්ඩායම් හතර 1701 ආකාරයකින් සෑදිය හැකි බව පෙන්වන්න.

(b). සුපුරුදු අංකනයෙන්,

$0 \leq r \leq n - 1$ සඳහා $n_{C_{r+1}} + n_{C_r} = n + 1_{C_{r+1}}$ බව පෙන්වන්න.

තවද, $0 \leq r \leq 2002$ සඳහා

$$2003_{C_r} + 2004_{C_r} + \dots + 2013_{C_r} = 2014_{C_{r+1}} - 2003_{C_{r+1}}$$

බව අපෝහනය කරන්න.

03)(a). ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය උපයෝගී කර ගනිමින් සෑම n ධන නිඛිලයක් සාදහාම $8(n+1)! > 2^{n+1}(n+2)$ බව සාධනය කරන්න.

$$\sum_{k=1}^n \frac{k!}{2^k} > \frac{1}{16} (n^2 + 3n + 4) \text{ බව අපෝහනය කරන්න.}$$

ඒ නයින්, $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{2^k}$ ශ්‍රේණිය අභිසාරී නොවන බව පෙන්වන්න.

(b). $|x+2| + |x-1| > 5$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු ම තාත්වික අගයන්ගෙන් සමන්විත කුලකය සොයන්න.

04). $\omega = \sqrt{3} + i$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යාව $r(\cos\theta + i \sin\theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න. මෙහි $r > 0$ වන අතර $0 \leq \theta \leq 2\pi$ පරිදි වූ θ රේඩියන් වලින් ඇත. ඉහත ස්වරූපයෙන් $\omega^2, \omega^3, \omega^4$ සහ ω^5 ලබාගන්න.

$$6 < |Z| < 30 \text{ සහ } \frac{\pi}{6} < \arg Z < \frac{5\pi}{6}$$

වන සේ වූ Z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා ආගන්ථි සටහනේ නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවලින් සමන්විතය R පෙදෙස අඳුරු කරන්න. $\omega^n, (n = 1, 2, 3 \dots, 5)$ සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය අතරින් කුමන ලක්ෂ්‍යය R පෙදෙසේ පිහිටන්නේ දැයි තීරණය කරන්න.

05)(a). $y = e^{\cos x}$ නම්,

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=0}, \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_{x=0}, \left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)_{x=0}, \left(\frac{d^4y}{dx^4}\right)_{x=0} \text{ සහ } \left(\frac{d^5y}{dx^5}\right)_{x=0} \text{ සොයන්න.}$$

(b). $y = \frac{2x}{1+x^2}$ යැයි දී ඇත්නම්, $\frac{dy}{dx} = 0$ වන සේ වූ x හි අගයන් සොයන්න.

y හි එම ස්ථාවර අගයින්ගේ ස්වභාවය ප්‍රථම ව්‍යුත්පන්නයේ හැසිරීම පමණක් සලකා බැලීමෙන්, පරීක්ෂා කරන්න.

$$y = \frac{2x}{1+x^2} \text{ වක්‍රයේ දළ සටහනක් අඳින්න.}$$

06)(a). සුදුසු ආදේශයක් යෙදීමෙන් $\int_1^8 \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x}}$ අනුකලය අගයන්න.

(b). කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් $\int_0^1 x^2 e^{2x+3} dx$ අනුකලය අගයන්න.

(c). $\int \frac{dx}{x(x^2+3)}$ සොයන්න.

07). සමාන්තරාස්‍රයක පාද දෙකක් $y = x - 2$ සහ $4y = x + 4$ සමීකරණ වලින් දී ඇත. සමාන්තරාස්‍රයේ විකර්ණ මූල ලක්ෂ්‍යයේදී ඡේදනය වේ.

I. සමාන්තරාස්‍රයේ ඉතිරි පාද වල සමීකරණද ,

II. විකර්ණ වල සමීකරණද ලබාගන්න. තවද සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය ද සොයන්න.

08). $x^2+y^2+2gx+2fy+c=0$ හා $x^2+y^2+2g'x+2f'y+c'=0$ වෘත්ත දෙක ප්‍රලම්භව ඡේදනය වේ නම් $2gg'+2ff'=c+c'$ බව පෙන්වන්න.

P හා Q යනු පිළිවෙලින් $(-a,0)$ හා $(a \cos \theta, a \sin \theta)$ බණ්ඩාංක සහිත $S \equiv x^2+y^2-a^2=0$ වෘත්තය මත පිහිටි ලක්ෂ්‍යය යැයි ගනිමු. $PQ = QR$ වන සේ PQ ජ්‍යාය R ලක්ෂ්‍යයට විස්තීරණය කර ඇත. R හි බණ්ඩාංක සොයා, θ විචලනය වන විට S' වෘත්තයක් මත R පිහිටින බව පෙන්වන්න. S' හි සමීකරණය ලබාගන්න. S'' තෙවන වෘත්තයක් y අක්ෂය ස්පර්ශ කරන අතර S හා S' වෘත්ත දෙකම ප්‍රලම්භව ඡේදනය කරනු ලැබේ. මෙවැනි S'' වෘත්ත දෙකක් පවතින බව පෙන්වා එවායේ සමීකරණ ලබා ගන්න.

09)(a). θ යනු $\frac{\pi}{2}$ හි ගුණාකාරයකට සමාන නොවන තාත්වික සංඛ්‍යාවක් විට, $x = \sin \theta - \cos \theta$ සහ $y = \tan \theta + \cot \theta$ නම්, $\sin 2\theta$

- I. x ඇසුරෙන් පමණක්,
- II. y ඇසුරෙන් පමණක් ලබාගන්න.

ඒ නයින් x හා y අතර සම්භන්ධතාවක් ලබා ගන්න.

(b). $\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x = (1 + 2 \cos 2x) \sin 4x$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\sin x (\sin 2x + \sin 4x + \sin 6x) = \sin 3x \sin 4x$ බව පෙන්වන්න.

$\sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ බව අපෝහනය කරන්න.

(c). ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නියමය ප්‍රකාශ කරන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයක සුපුරුදු අංකනයෙන් $a = b + \lambda c$ වේ. මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$

$\lambda \cos \frac{C}{2} = \cos \left(B + \frac{C}{2} \right)$ බව පෙන්වන්න.