ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර(උසස් පෙළ),2002 අප්‍රේල්

සංයුක්ත ගණිතය II	පැය තුනයි

01)(a). චලනය වන දුම්රියකට කාලය $t = 0$ දී රෝධක යොදනු ලැබුව , දුම්රියට ඒකාකාර මන්දනයක් ලැබේ. $t = 20\ s$ සහ $t = 50\ s$ හි දී, රෝධක් යෙදූ පිහිටීමේ සිට එහි විස්ථාපන පිළිවෙළින් $750\ m$ සහ $1500\ m$ වෙයි.
දුම්රිය නිශ්චලතාවයට පැමිණීම දක්වා , එහි චලිතය සඳහා ප්‍රවේග - කාල ප්‍රස්තාරයෙහි දළ සටහනක් අඳින්න.

i. දුම්රියේ මන්දනය
ii. $t = 50\ s$ හි දී දුම්රියේ ප්‍රවේගය.
iii. දුම්රිය නිශ්චලතාවයට පැමිණෙන විට t හි අගයත්,

සොයන්න.

(b). මෝටර් සයිකල් කරුවෙක් සරළ රේඛීය සමතල පාරක නියත v වේගයෙන් නැගෙනහිර දිශාවට සයිකලය පදවන විට , නියත ප්‍රවේගයකින් හමන සුළඟක් දකුනු දිශාවේ සිට හමන්නා සේ පෙනෙයි. සයිකල් කරුවා , ඔහුගේ ගමන් දිශාව වෙනස් නොකොට , වේගය දෙගුන කළ විට සුළඟ ගිණිකොණ දිශාවේ සිට හමන්නා සේ පෙනෙයි. මෙම අවස්ථා දෙක සඳහා ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණ ඇඳ සුළඟේ නියම ප්‍රවේගයේ විශාලත්වය හා දිශාව සොයන්න.

02)(a). අංශුවක්, තිරසට α කෝණයක් සාදමින් u ආරම්භක ප්‍රවේගයෙන් , ගුරුත්වය යටතේ , ප්‍රක්ෂේප කරණු ලැබේ. T කාලයකට පසුව එය , ප්‍රක්ෂේප ලක්ෂ්‍යයේ සිට s දුරකින් , ප්‍රක්ෂේප දිශාවට සෘජුකෝණීව චලනය වෙමින් තිබේ.

i. $T = \frac{u}{g\ sin\alpha}$ ii. $s = \frac{1}{2}gT^2$ බව පෙන්වන්න.

(b). මුළු ස්කන්ධය ටොන් 300 ක් වූ දුම්රියක්, සෘජු සමතල දුම්රිය මාර්ගයක $54\ kmh^{-1}$ නියත වේගයෙන් ගමන් කරන අතර, චලිතයට මුළු ප්‍රතිරෝධය, ටොන් එකකට නිව්ටන් 50 බැගින් වෙයි. දුම්රිය එන්ජිමෙහි ජවය ගණනය කරන්න.

ඊළඟට , ටොන් 50 ක ස්කන්ධය සහිත පිටුපස මැදිරිය දුම්රියෙන් වෙන් වන නමුත් එන්ජිමේ ප්‍රකර්ෂණ බලය වෙනස් නොවේ නම්,

i. දුම්රියෙහි ඉතිරි කොටසේ ත්වරණයත්,

ii. වෙන් වූ මැදිරි නිශ්චලතාවට පැමිණීමට පෙර චලනය වන දුරත් සොයන්න.

03)(a). සමාන අරයන් සහිත A, B, C සුමට, පරිපූර්ණ ප්‍රත්‍යාස්ථ ගෝල තුනක ස්කන්ධය පිළිවෙලින් $\lambda m, m, \lambda m$ වෙයි. මෙහි $\lambda > 1$ වේ. ගෝල තුන සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත්තේ, ඒවායේ කේන්ද්‍ර, ඉහත අකුරු පිළිවෙලට, සරළ රේඛාවක පිහිටින පරිදිය . දැන් B ගෝලය , u වේගයෙන් A දෙසට ප්‍රක්ෂේප කරණු ලබන්නේ A සමඟ සරළ ලෙස ගැටෙන පරිදි ය.

i. මම පළමු ගැටීමෙන් පසු B හි වේගය $\left(\frac{\lambda-1}{\lambda+1}\right)u$ බවත්,

ii. $\lambda \leq 2+\sqrt{5}$ නම් B ගෝලය A සමඟ නැවත නොගැටෙන බවත්,

පෙන්වන්න.

(b). $3m, m$ ස්කන්ධය දෙකක්, අචල සුමට කප්පියක් උඩින් යන, සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් සම්බන්ධ කරනු ලැබ ඇත. විශාල ස්කන්ධය ගෙබිම මත ද, කුඩා ස්කන්ධ නිදැල්ලේ එල්ලෙමින් ද, ඇදි ඇති තන්තුවේ කප්පිය සමග ස්පර්ශ නොවන කොටස සිරස්ව ද ඇති පරිදි පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ තිබෙයි. නිශ්චලතාවේ සිට h උසක් සිරස් ව වැටෙන , තෙවැනි m ස්කන්ධයක් , කුඩා ස්කන්ධයෙහි ගැටී එය සමඟ බද්ධ වෙයි. ඒ හේතුවෙන් මුළු පද්ධතියට ම අවේගීව v වේගයක් සහිත චලිතයක් ලැබෙයි. v හි අගය සොයා පහත දැක්වෙන දෑ පෙන්වන්න.

i. තන්තුවේ ඇතිවන ආවේගය $\frac{3}{5}mu$ වේ. මෙහි $u=\sqrt{2gh}$ වේ.

ii. වඩා විශාල ස්කන්ධය උපරිම උස $\frac{h}{5}$ වන අතර, ආවේගී මොහොතේ සිට $\frac{u}{g}$ කාලයකට පසුව එම උසට ළඟා වෙයි.

04)(a). කේන්ද්‍රය O සහ අරය a වූ අචල ගෝලයක පිටත සුමට පෘෂ්ඨය මත වූ A ලක්ෂ්‍යයක නිශ්චල්තාවේ තබා, P අංශුව මුදා හරිනු ලැබේ. උඩු සිරස සමඟ OA සාදන සුළු කෝණය α වෙයි. t කාලයේ දී P මෙම පෘෂ්ඨය මත ම තිබිය දී OP උඩු සිරස සමග θ කෝණයක් සාදයි.

i. $\dot{\theta}^2 = \frac{2g}{a}(\cos\alpha - \cos\theta)$ බවත්

ii. අංශුව පෘෂඨයෙන් ඉවත්ව යන්නේ $\cos\theta = \frac{2}{3}\cos\alpha$ වන විට දී බවත්

පෙන්වන්න.

(b). ස්වාභාවික දිග $2l$ සහ මාපාංකය mg වූ ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයට ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් ගැට ගසා ඇත. සුමට තිරස් මේසයක , එකිනෙකට $4l$ දුරකින් පිහිටි අචල A, B ලක්ෂ්‍ය දෙකකට තන්තුවේ දෙකෙළවර ඈඳා ඇත. ආරම්භයේ දී A, P, B සරළ රේඛීයව , $AP = 3l$ වන පරිදි P නිශ්චලතාවේ තබා එම පිහිටීමේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. $AP = 2l + x$ වන පරිදි වූ පිහිටීමක P අංශුව තිබෙන විට එහි චලිතයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න. ඒ නයින් , $\omega^2 = \frac{2g}{l}$ වූ, $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ සමීකරණය ලබා ගන්න. P අංශුවේ සරල අනුවර්තී චලිතයෙහි කේන්ද්‍රය, විස්තාරය සහ කාලාවර්ථය සොයන්න.

05)(a). A හි දී සෘජුකෝණී වූ සහ $AB = 4a\ m, AC = 3a\ m$ වූ ABC ත්‍රිකෝණයක $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}$ පාද දිගේ පිළිවෙලින් නිව්ටන් $4p, 5p, 6p$ විශාලත්ව සහිත බල ක්‍රියා කරයි. මෙම බල පද්ධතියෙහි සම්ප්‍රයුක්තයේ විශාලත්වය සහ දිශාව ගණනය කරන්න. තව ද එහි ක්‍රියා රේඛාවට AB හමුවන ලක්ෂ්‍යය සොයන්න.

ABC තලයෙහි සූර්ණය M වූ යුග්මයක් , දැන් එම පද්ධතියට එකතු කරනු ලබන්නේ අලුත් පද්ධතියේ සම්ප්‍රයුක්තය A හරහා යන පරිදිය. M හි අගයත්, යුග්මයේ අභිදිශාවත් සොයන්න.

(b). එක එකෙහි අරය a සහ බර W වූ ඒකාකාර සුමට ගෝල දෙකක්, එකිනෙක ස්පර්ශ කරමින්, අරය $b(> 2a)$ වූ අචල සුමට අර්ධගෝලාකාර පාත්‍රයක ඇතුළත නිශ්චලතාවේ තිබේ. එක් ගෝලයක් මත ක්‍රියා කරණ බල නිරූපණය කරමින්, වෙන ම රූප සටහනක බල ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ , ගෝල අතර ප්‍රතික්‍රියාව $\frac{Wa}{\sqrt{b(b-2a)}}$ බව පෙන්වන්න.

08). A හා B සිද්ධි දෙක ස්වායක්ත නම් A', B' සිද්ධීන් යුගලද ස්වායක්ත බව පෙන්වන්න.
(a). එකිනෙකට ස්වායක්තව ක්‍රියා කෙරෙන එන්ජිම් දෙකක් කුඩා ගුවන්යානාවකා සවි කර ඇත. සාර්ථක ගුවන් ගමනක් සඳහා, අඩුවශයෙන් එක් එන්ජිමක් වත් ගමන මුළුල්ලේම ක්‍රියා කළ යුතුය. එක් එක් එන්ජිම සඳහා එන්ජිම අක්‍රිය වීමේ සම්භාවීතාව p නම්, එන්ජිම අක්‍රිය වීම පමණක් සලකා, සාර්ථක ගුවන් ගමනක් සඳහා සම්භාවීතාව p ඇසුරෙන් සොයන්න.
අනතුරකින් තොර ගුවන් ගමනක් සඳහා සම්භාවීතාව 0.999 999 ට වඩා වැඩිවීම පිණිස p ට ගත හැකි වැඩිතම අගය කුමක් ද?

(b). A, B, C(ආවේණික) ලක්ෂණ තුන වැඩිහිටි පිරිමින්ගේත් වැඩිහිටි ගැහැනුන්ගේත් ජානවල තිබිය හැකි නමුත්, ඕනෑම එක් පුද්ගලයෙකුට තිබිය හැක්කේ එක් ලක්ෂණයක් පමණකි. අහඹු ලෙස තෝරාගනු ලැබූ වැඩිහිටියෙකුට A, B, C ලක්ෂණ පැවැතීමේ සම්භාවිතාව පිළිවෙලින් $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ වේ. තව ද ඉහත ජාන ලක්ෂණ සහිත දෙමාව්පියන්ගේ දරුවකුගේ ඇස්වල පාට එක්කෝ දුඹුරු හෝ නැතහොත් කළු හෝ වේ. ඇස්වල වෙනත් පාටක් ගත නොහැකි ය. දෙන ලද දෙමාපිය යුවලකගේ දරුවෙකුගේ ඇස්වල පාට දුඹුරු වීමේ අනුරූප සම්භාවීතා වගුවෙහි දැක්වේ.

පියා / මව	A	B	C
A	0	0	0
B	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
C	0	$\frac{1}{2}$	1

දෙමාපියන් අතර $A, B. C$ ලක්ෂණ තිබීම ස්වායක්තව සිදුවන්නේ යැයි ද, සුපුරුදු අංකනයෙන් $P(X) = \sum P(X|Y_i)P(Y_i)$
යැයි ද උපකල්පනය කිරීමෙන්, අහඹු ලෙස තෝරාගනු ලැබූ දරුවෙකුගේ ඇස්වල පාට දුඹුරු වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
තව ද, A ලක්ෂණය සහිත වැඩිහිටි ඇස්වල පාට කළු පමණක් බව ද C ලක්ෂණය සහිත එවැන්නෙකුගේ ඇස්වල පාට දුඹුරු පමණක් බව ද B ලක්ෂණය සහිත වඩිහිටියෙකුගේ ඇස්වල පාට කළු හෝ දුඹුරු හෝ වීමේ සම්භාවීතාව පිළිවෙලින් $\frac{3}{4}, \frac{1}{4}$ බව ද දන්නා ලද කරුණකි දෙදෙනාගේ ම ඇස්වල පාට කළු වූ දෙමාව්පියන් ඇති දරුවෙකුගේ ඇස් දුඹුරු පාට වීමේ සම්භාවීතාව ගණනය කරන්න.

09). ගෙඩි 200 ක් තිබෙන කෙසෙල් කැනක ඇති කෙසෙල් ගෙඩිවල මුළු බර නිමාණය කිරීම සඳහා එවැනි කැනකින් ගෙඩි විස්සක් නියැදියක් අහඹු ලෙස ගන්නා ලදි. එක් එක් කෙසෙල් ගෙඩියක බර, ග්‍රෑම්වලින් , සටහන් කර වර්ගීකරන ලද ප්‍රතිඵල පහත වගුවේ දැක්වේ.

පන්තිය	පන්ති සීමා	පන්ති ලකුණු	සංඛ්‍යාත
1	28-32	30	7
2	33-37	35	6
3	38-42	40	4
4	43-47	45	2

5	48-52	50	1

පන්ති ලකුණ කේන්ද්‍රය කිරීමෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍යස්ථය සහ මාථය යන මිනුම් සොයන්න.

ඉහත ව්‍යාප්තියේ හැඩය කුමක්ද?

තව ද, විචලතාව S^2 ගණනය කර, ඒ නයින් කුටිකතා සංගුණකය සොයන්න.
හරියටම ගෙඩි දෙසීයකින් සමන්විත, වෙනත් වරගයක කෙසෙල් කැනෙකින් අහඹු ලෙස ගෙඩි විස්සක තවත් නියැදියක් ගත්තේ යැයි සිතමු. බර කිරීමෙන් පසු කලින් ගත් පන්තිවලට ම වර්ගීකරණය කිරීමෙන් පසු පහත දැක්වෙන ප්‍රතිඵල ලැබුණි.

පන්තිය	1	2	3	4	5
සංඛ්‍යාතය	1	2	4	6	7

අලුතින් ගණනය කිරීම් නොකර එහෙත් ඔබගේ ප්‍රතිඵලට හේතු දක්වමින් , දෙවැනි ව්‍යාප්තියේ

i. හැඩය
ii. විචලතාව
iii. මධ්‍යන්‍යය, මධ්‍යස්ථය සහ මාතය

අපෝහනය කරන්න.

සිල්ලර වෙළෙන්දෙකු, තොග වෙළෙන්දෙකුගෙන් කෙසෙල්කැන් මිලදී ගනීමට කැමැත්තේ නම්, තොග වෙළෙන්දාටත් සිල්ලර වෙළෙන්දාටත් එකඟ විය හැකි ඉතා ම සුදුසු මිනුම් කුමක් ද?

ඉංජිනේරු