ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර(උසස් පෙළ),2001 අප්‍රේල්

සංයුක්ත ගණිතය II	පැය තුනයි

01)(a). නවතා ඇති පොලිස් කාරයක් එය පසුකර යන , $72\,kmh^{-1}$ නියත ප්‍රවේගයකින් ගමන් කරන වෑන් රියක් නිරීක්ෂණය කරයි. ඉන් තත්පර 10 කට පසුව වෑන්රිය පසුපස හඹා යාම සඳහා ගමන් අරඹන් පොලිස් කාරය $f\,ms^{-2}$ නියත ත්වරණයකින් $200m$ දුර ගොස් $90\,kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයක් ලබා ගනී; අනතුරුව වෑන් රිය පසු කරන තෙක්ම එම ප්‍රවේගය පවත්වාගෙන යයි. වාහන දෙක ම සඳහා, ප්‍රවේගය-කාලය අතර දළ ප්‍රස්තාරය එක ම රූප සටහන අඳින්න.

පොලිස් කාරයෙහි පළමු $200m$ ගමනේ දී f ත්වරණයත්, එයට වෑන් රිය පසු කිරීමට , ඒවායේ පළමු හමුවීමේ සිට ගතවූ මුළු කාලය ගණනය කරන්න.

b). වේගය $u\,kmh^{-1}$ වූ මෝටර්-බෝට්ටුවකට , නියත $v(>u)\,kmh^{-1}$ ප්‍රවේගයෙන් වයඹ දිශාවට ගමන් කරන නැවක් ඇල්ලීමට අවැසිව ඇත. ආරම්භයේ දී, නැව මෝටර් බෝට්ටුවෙන් $d\,km$ උතුරෙන් දිස්වේ. ප්‍රවේග ත්‍රිකෝණයක් ඇඳ, නැව ඇල්ලීම සඳහා බෝට්ටුව චලනය විය යුතු දිශාව සොයන්න. නැව ඇල්ලීම සිදුවන්නේ පැය $\frac{\sqrt{2}d[\sqrt{2u^2-v^2}+v]}{2(u^2-v^2)}$ කාලයකට පසුව බව පෙන්වන්න.

02)(a). ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් , ස්කන්ධය M වූ කූඤ්ඤයක තිරසට ආනතිය α වූ සුමට මුහුනතක පහළට ලිස්සා යන අතර කූඤ්ඤයට තිරස් මේසයක් මත චලනය වීමට නිදහස ඇත. කූඤ්ඤයේ ත්වරණය $\frac{mg\,sin\alpha\,cos\alpha}{M+msin^2\alpha}$ බව පෙන්වා අංශුව හා කූඤ්ඤය අතර ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(b). ස්කන්ධය $1000kg$ වූ කාරයක්, සරල රේඛීය තිරස් පාරක, $400N$ ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහි ව චලනය වීමේ දී, උපරිම වේගය $144\,kmh^{-1}$ වෙයි. එහි එන්ජිමේ ජවය $16\,kW$ බව පෙන්වන්න.

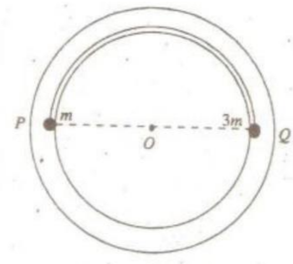
කාරය, එම පාරේ ම, $200N$ අතිරේක ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහි ව, ස්කන්ධය $600\ kg$ වූ ටේලරයක් ඇදගෙන යයි. එන්ජිම එම ජවයෙන් ම ක්‍රියා කරයි නම්, වේගය $24\ kmh^{-1}$ වන විට ඇදුම් කඹයේ ආතතිය නිව්ටන් වලින් සොයන්න.

03)(a). O ලක්ෂ්‍යයක සිට ගුරුත්වය යටතේ ප්‍රක්ෂේප කරන ලද අංශුවක්, පිළිවෙලින් ox, oy තිරස් සහ උඩු සිරස් අක්ෂ දිශාවලට, ආරම්භක ප්‍රවේග සංරචක u, v වේ. අංශුව x තිරස් දුරක් චලනය වූ විට, එය ලබාගන්නා සිරස් උස, $y = \left(\frac{y}{u}\right)x - \left(\frac{g}{2u^2}\right)x^2$ බව පෙන්වන්න.

අංශුව O සිට a තිරස් දුරකින් පිහිටි $\frac{a}{2}$ උස සිරස් බිත්තියක් උඩින් යම්තම් යන අතර, O හරහා තිරස් තලය මත එහි පරාසය $4a$ වෙයි. u, v නිර්ණය කර ප්‍රක්ෂේප දිශාව තිරස සමඟ $\tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වන්න.

(b). සමාන අරයන් සහිත A , B සුමට ගෝල දෙකක් සරල ලෙස ගැටෙන පරිදි , සුමට තිරස් මේසයක් මත ප්‍රතිවිරුද්ධ දිශා වලට චලනය වේ. ඒවායේ ස්කන්ධ පිළිවෙලින් 2m, 3m වන අතර වේගය 7u, 3u වේ. ගෝල අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. ගැටුමට ආවේගය 12mu(1+e) විශාලත්වයෙන් යුක්ත බව පෙන්වන්න. ගැටුම නිසා වඩා කුඩා A ගෝලය නිශ්චලතාවට පැමිණෙයි නම් e හි අගය නිර්ණය කර එවිට පද්ධතියේ මුල් චාලක ශක්තියෙන් 1/15 ක් ඉතිරි බව පෙන්වන්න.

04)(a). 1 වන රූපයෙන් දැක්වෙන්නේ කේන්ද්‍රය O සහ අරය a වූ වෘත්තයක ආකාරයට නවන ලද පටු සුමට නලයකි; එය සිරස් තලයක සවිකර ඇත. ස්කන්ධය පිළිවෙලින් $m, 3m$ වූ P, Q අංශු දෙකක්, දිග πa සැහැල්ලු අවිතන්‍ය නොබුරුල් තන්තුවකින් සම්බන්ධ කරනු ලැබ නලය තුළ බහා ඇත. ආරම්භයේ දී, නලයේ තිරස් විෂ්කම්භයේ ප්‍රතිවිරුද්ධ කෙළවර අංශු ද , නලයේ උඩත් භාගයෙහි තන්තුව ද තබා පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ



1 රූපය

සිට මුදා හරිනු ලැබේ. මුදා හල මොහොතේ සිට t කාලයක දී θ කෝණයකින් OP හැරී ඇත්නම්, ශක්ති සංස්ථිති මූලධර්මය යෙදීමෙන්,

$a\dot{\theta}^2 = g\ sin\theta\ \left(0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

මෙම මොහොතේ දී , නලයෙන් P අංශුව මත යෙදෙන බලය සොයන්න.

(b). ස්කන්ධය m වූ අංශුවක්, ස්වාභාවික දිග l වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යස්ථ තන්තුවක එක කෙළෙවරකට සම්බන්ධ කරන ලදුව, සමතුලිතතාවේ එල්ලෙයි; තන්තුවේ අනික් කෙළෙවර අවල O ලක්ෂ්‍යයකට ගැට ගසා ඇත. අංශුව O ට පහළින් $2l$ විස්ථාපනයකින් වූ C සිට, $\sqrt{gl}$ ආරම්භක වේගයෙන්, සිරස් ව පහළට ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. t කාලයේ දී, එහි O සිට පහළට විස්ථාපනය x වෙයි. $\ddot{x} + \frac{g}{l}(x - 2l) = 0$ බව පෙන්වා , අංශුව සරල අනුවර්ති චලිතයෙහි කේන්ද්‍රය සහ කාලාවර්ථය හඳුනවන්න.
x හි උපරිම හා අවම අගයන් ලබා ගන්න.

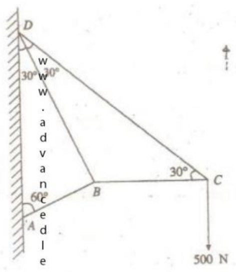
05). නිව්ටන් $P, 7P, 8P, 7P, 3P$ බල, පාදයක් මීටර a වන $ABCDEF$ සවිධි ෂඩාස්‍රයක, පිළිවෙලින් AB, CB, CD, ED, FE පාද දිගේ, අකුරු පටිපාටියෙන් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. $\overrightarrow{AB}$ සහ $\overrightarrow{AE}$ හි දිශාවවලට ඒකක දෛශික පිළිවෙලින් i හා j ලෙස ගනිමින්, එක් එක් බලය i, j සහ p ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

දෙන ලද පද්ධතිය , $\overrightarrow{BC}$ ට සමාන්තර වූ, $R = 2p(i + \sqrt{3}j)$ තනි සම්ප්‍රයුක්ත බලයකට තුල්‍ය වන බව පෙන්වන්න.
R හි විශාලත්වය කුමක් ද?

සම්ප්‍රයුක්තයේ ක්‍රියා රේඛාව DE සහ AF (දෙකම දික් කරන ලද) රේඛාවල පොදු ලක්ෂ්‍ය හරහා යන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.
පද්ධතිය, A ශීර්ෂය හරහා ක්‍රියා කරන R බලයක් සමග යුග්මයකට තුල්‍ය වෙයි නම්, මෙම යුග්මයේ ඝූර්ණය විශාලත්වයෙන් සහ අභිදිශාවෙන් සොයන්න.

06)(a). සුමට නාදැත්තක්, සුමට සිරස් බිත්තියකට a දුරකින් වූ P ලක්ෂ්‍යයක සවිකර ඇත. දිග $6a$ සහ බර W වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක්, A කෙළෙවර බිත්තිය සමඟ ස්පර්ශව , නාදැත්ත මත නිශ්චලතාවේ සමතුලිතව තිබේ. AB දණ්ඩ තිරස සමග සාදන කෝණය θ ලෙස ගෙන, දණ්ඩ මත ක්‍රියා කරන බල නිරූපණය කරමින් බල ත්‍රිකෝණයක් අඳින්න.
P හි දී ප්‍රතික්‍රියාව , W සහ θ ඇසුරෙන් සොයන්න.
$3\cos^3\theta = 1$ බව පෙන්වන්න.

(b). AB, BC, CD, BD සැහැල්ලු දඬු හතරකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලක් 2 වන රූපයෙහි දැක්වෙයි. එය A සහ D හි දී සිරස් බිත්තියකට නිදහස් ලෙස අසව් කර ඇත. C සන්ධියෙන් $500\ N$ භාරයක් එල්ලා ඇති අතර BC තිරස් ය. බෝ අංකනය භාවිතයෙන්, රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. ඒ නයින්, සියලු ම දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල , ආතති සහ තෙරපුම් වෙන්කර දක්වමින් සොයන්න.



07). උස h වූ ඒකාකාර ඝන ඍජු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, එහි අක්ෂය මත , ශීර්ෂයේ සිට $\frac{3h}{4}$ දුරින් පිහිටින බව පෙන්වන්න.

එවැනි කේතුවක අඩ සිරස් කෝණය $15°$ වන අතර, එහි ආධාරකය රළු තිරස් ගෙබිමක ඇතිව නිශ්චලව තිබේ. එහි ශීර්ෂයට සම්බන්ධිත සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවකින් කේතුව ඇළ කරනු ලැබේ. කේතුවේ අක්ෂය අඩංගු සිරස් තලයක, තිරස සමග $45°$ කෝණයක් සාදමින් තන්තුව පහළට ඇදි තිබෙයි. කේතුවේ දාරය ගෙබිම මත යම්තම් ලිස්සා යන්නේ, ගෙබිම සහ දාරයේ ස්පර්ශ ලක්ෂ්‍යයට සිරස් ව ඉහළින් ශීර්ෂය පිහිටින විට දී ය. තන්තුවෙ T ආතතිය, අභිලම්බ ප්‍රතික්‍රියාව සහ ඝර්ෂණ බලය සෙවීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලියා දක්වන්න.

ඒ නයින්,

i. $T = \frac{3\sqrt{2}\,W}{16}$ බව ද

ii. ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{3}{19}$ බව ද

පෙන්වන්න.

08)(a). A හා B සසම්භාවී සිද්ධි දෙකක් සම්බන්ධයෙන් $P(A \cup B)$, $P(A \cap B)$ සහ $P(A|B)$ සසම්භාවිතා අර්ථ දක්වන්න.

A, B සසම්භාවී සිද්ධි දෙකෙහි සම්භාවිතා $P(A) = 0.6$ සහ $P(B) = 0.2$ වන අතර $P(A|B) = 0.1$ වෙයි. A හා B සිද්ධි සඳහා පහත දැක්වෙන සම්භාවිතා ගණනය කරන්න.

i. සිද්ධි දෙකම සිදුවීම,

ii. හරියටම එක් සිද්ධියක් පමණක් සිදුවීම සහ

iii. සිද්ධි එකක්වත් සිදු නොවීම.

(b). කාසි තුනකින් එකක් , එක් වරක් උඩ දැමූ විට ශීර්ෂය ලැබීමේ සම්භාවිතාව P වන පරිදි නැඹුරු ය ; අනික් දෙක නොනැඹුරුය. කාසි තුනෙන් එකක් සසම්භාවී ලෙස තෝරාගෙන එය දෙවරක් උඩ දමනු ලැබේ. ලැබිය හැකි ප්‍රතිදාන පෙන්වීමට

රුක් සටහනක් අඳින්න. වාර දෙකේ දීම ශීර්ෂ ලැබීමේ සම්භාවීතාව $\frac{17}{54}$ වෙයි නම්, P හි අගය සොයන්න.
P හි මෙම අගය සඳහා, වාර දෙකේ දී ම , ඇත්ත වශයෙන් ම ශීර්ෂ ලැබුණු බව දී ඇත්නම්, තෝරාගන්නා ලද කාසිය නැඹුරු එකක් වීමේ සම්භාවීතාව සොයන්න.

09). සමුහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය, $\bar{x}$ අර්ථ දක්වන්න.
a උපකල්පිත මධ්‍යන්‍යය සහ c ධන නියතයක් වූ $y = \frac{x-a}{c}$ කේතනය අනුසාරයෙන් $\bar{x} = a + c\bar{y}$ බව පෙන්වන්න.

විචලතාව සඳහා $\sigma^2 = \frac{\sum f(x-\bar{x})^2}{\sum f}$ අර්ථ දැක්වීමෙන් පටන්ගෙන, ඉහත කේතනය ම යෙදීමෙන්, සම්මත අපගමනය සඳහා $\sigma = c\sqrt{\frac{\sum fy^2}{\sum f} - \bar{y}^2}$ ලබා ගන්න.

පහත දැක්වෙන වයස් පන්ති ව්‍යාප්තියෙන් ලංකාවේ 2003 වර්ෂය සඳහා නිමිත මුළු ජනගහනය, මිලියන වලින් දැක්වෙයි;

වයස් ව්‍යාප්තිය (අවුරුදු)	**සංඛ්‍යාතය (මිලියන)**
0 සහ වැඩි 10 ට අඩු	4.2
10 සහ වැඩි 20 ට අඩු	3.9
20 සහ වැඩි 30 ට අඩු	3.4
30 සහ වැඩි 40 ට අඩු	3.2
40 සහ වැඩි 50 ට අඩු	2.8
50 සහ වැඩි 60 ට අඩු	2.8
60 සහ වැඩි 70 ට අඩු	2.5
70 සහ වැඩි 80 ට අඩු	1.6
80 සහ වැඩි 90 ට අඩු	0.6
මුළු ජනගහනය	**25.0**

$a =$ අවුරුදු 45 සහ එක් එක් පන්තියේ පළල වූ අවුරුදු $10 = c$ වශයෙන් ගෙන, ඉහත කේතනයම යෙදීමෙන්, එක් එක් පන්තිය සඳහා y, fy සහ fy^2 ගණනය කරන්න. ඒ නයින්, ජනගහනයේ මධ්‍යන්‍යය වයස සහ සම්මත අපගමනය අවුරුදුවලින් , එක් එකක් නිවැරදි ව එක් දශමස්ථානයකට, නිමානය කරන්න.