ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව	
අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර(උසස් පෙළ),2000 අප්‍රේල්	
සංයුක්ත ගණිතය II	පැය තුනයි

01)(a). දිග $100m$ ක් වූ දුම්රියක් A නැවතුම් පොළකින් නිශ්චලතාවේ සිට ගමන් අරඹා, නියත ත්වරණයකින් චලනය වෙයි. පසුව, දුම්රිය , B කණුවක් පසු කිරීමට තත්පර 10 ක් ගනී. දුම්රියේ පිටුපස B පසුකරන විට දුම්රිය චලනය වන්නේ $11\ ms^{-1}$ ප්‍රවේගයෙනි. දුම්රියෙ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග කාල ප්‍රස්ථාරයක් අඳින්න. එය භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ,

I. දුම්රිය ඉදිරිපස B කණුව පසුකර ගියේ කුමන ප්‍රවේගයකින් , කුමන කාලයේ දී දැයි සොයන්න.

II. දුම්රියේ ත්වරණය සොයා, එහි පිටිපස B හි ඇතිවිට දුම්රිය ගමන් කළ දුර මීටර 302.5 බව පෙන්වන්න.

(b). පළල d වූ සෘජු ගඟක ජලය ඒකාකාර u ප්‍රවේගයෙන් ගලා යයි ජලයට සාපේක්ෂ ව v වේගයෙන් පිහිනීමට හැකි මිනිසෙක් ගං ඉවුරට ලම්භකව ගඟ හරහා චලනය වන පරිදි පිහිනයි. ගඟ තරණය කිරීමට මිනිසා ගන්නා T කාලය සොයන්න.

එම මිනිසාට d දුරක් ඉවුරට සමාන්තරව උඩු ගං බලා පිහිනා ආපසු ආරම්භක ස්ථානයට පිහිනීමට ගතවන කාලය $\frac{2\,vT}{\sqrt{v^2-u^2}}$ බව පෙන්වන්න. u ට වඩා v විශාල විය යුත්තේ ඇයි?

02)(a). ස්කන්ධය M සහ කෝණය α වූ සුමට කූඤ්ඤයක් , තිරසට ආනතිය α වූ අචල සුමට තලයක් මත තබා ඇත්තේ කූඤ්ඤයෙහි උඩත් මුහුනත තිරස් වන පරිදිය. මෙම තිරස් මුහුනත මත ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් තබා පද්ධතිය නිශ්චලතාවේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. අංශුව සහ කූඤ්ඤයෙහි ත්වරණය ගණනය සඳහා චලිත සමීකරණ ලියා දක්වන්න. අංශුවේ ත්වරණයේ විශාලත්වය $\frac{(M+m)g\,sin^2\alpha}{M+msin^2\alpha}$ බව සාධනය කරන්න. එහි දිශාව කුමක්ද?

(b). $500\,kW$ නියත ජවයකින් ක්‍රියා කරන එන්ජිමක් (දුම්රිය මාර්ගය දිගේ මැනෙන) 196 ට 1 වූ ආනතියක ඉහළට දුම්රියක් ඇදගෙන යයි. එන්ජිම සමඟ දුම්රියේ මුළු ස්කන්ධය $2.5 \times 10^5\,kg$ වෙයි. එහි වේගය $24\,kmh^{-1}$ වන විට ත්වරණය $0.2\,ms^{-2}$ වෙයි. දුම්රියේ චලිතයට එරෙහි නියත ප්‍රතිරෝධය, නිව්ටන් වලින් සොයන්න. ($g = 9.8\,ms^{-2}$)

03). කේන්ද්‍රය O සහ අභ්‍යන්තර අරය a වූ අචල කුහර ගෝලයක සුමට අන්තර් පෘෂ්ඨය මත චලනය වීමට නිදහස ඇති P අංශුවක් , එම පෘෂ්ඨයේ පහත් ම A ලක්ෂ්‍යයේ තබා ඇත. ඊළඟට අංශුව ආරම්භක $\sqrt{nga}$ වේගයෙන් තිරස් ව ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. මෙහි $n > 0$ වේ. අංශුව පෘෂ්ඨය සමඟ ස්පර්ශ ව තිබෙන අතරතුරේ දී , OP හැරෙන කෝණය θ වන විට, පෘෂ්ඨයෙන් අංශුව මත ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.
$2 < n < 5$ වෙයි නම් $\sqrt{\frac{(n-2)ga}{3}}$ වේගයක් සහිත ව P අංශුව පෘෂ්ඨයෙන් ඉවත් වන බව පෙන්වන්න.
පෘෂ්ඨය P ඉවත්වන්නේ O හි මට්ටමෙන් $\frac{a}{2}$ උසක තිබිය දී නම්,

i. $n = \frac{7}{2}$ බවත්,
ii. ගුරුත්වය යටතේ පසුව සිදුවන නිදහස් චලිතයේ දී P හි පෙත A හරහා යන බවත්

පෙන්වන්න.

04)(a). ස්කන්ධය m වූ කුඩා සුමට A ගෝලයක්, සුමට තිරස් මේසයක් මත u ප්‍රවේගයෙන් චලනය වෙමින්, මේසය මත නිශ්චලව ඇති සමාන තරමේ, ස්කන්ධය $2m$ වූ තවත් කුඩා සුමට B ගෝලයක් සමග සරල ලෙස ඝට්ටනය වෙයි. ප්‍රත්‍යගති සංගුණකය e ය.

i. B ගෝලය ලබා ගන්නා ප්‍රවේගය $(1+e)\frac{u}{3}$ බව පෙන්වා. ගෝල අතර ආවේගය , J සොයන්න.
ii. ගැටුම නිසා සිදුවන චාලක ශක්ති හානිය $E = \frac{J}{2}(1-e)u$ ආකාරයෙන් දක්වන්න.
iii. ගටුම නිසා A හි චලිත දිශාව ප්‍රතිවර්ථ වූයේ නම් $e > \frac{1}{2}$ බව හා $E < \frac{1}{4}mu^2$ බව පෙන්වන්න.

(b). ස්කන්ධය m වූ කොටයක් තිරස් වේදිකාවක් මත සාපේක්ෂ නිශ්චලතාවේ තිබෙන අතර, වේදිකාව විස්තාරය a සහ කාලාවර්තය T වන සිරස් සරල අනුවර්තී දෝලන සිදු කරයි. වේදිකාවේ, මධ්‍යන්‍ය පිහිටීමේ සිට සිරස් ව ඉහළට මැන්න විස්ථාපනය x වන විට, වේදිකාවෙන් කොටය කෙරෙහි ප්‍රතික්‍රියාව $m\left(g - \frac{4\pi^2 x}{T^2}\right)$ බව පෙන්වන්න.

$T = 1s$ නම්, කොටය වේදිකාවෙන් ඉවත් නොවන පරිදි තිබිය හැකි විශාලතම විස්තාරය, මීටර වලින් අපෝහනය කරන්න.($\pi^2 = 9.8 = g$ ලෙස ගන්න)

05). ඒකතල බල පද්ධතියක්(N වලින් මනින ලද) , බල තුනකින් සමන්විත වන අතර, ඒවා ක්‍රියා කරනුයේ පහත දැක්වෙන ලෙස නියමිත ලක්ෂ්‍යවල දී ය.

ලක්ෂ්‍යය	පිහිටුම් දෛශිකය	බලය
A	$2i + 5j$	$P(i + 3j)$
B	$4j$	$-P(2i + j)$
C	$-i + j$	$P(i - 2j)$

මෙහි i, j මගින් පිළිවෙලින් Ox, Oy සෘජුකෝණාස්‍ර කාටීසිය අක්ෂ දිගේ ඒකක දෛශිකය දක්වන අතර, දිග මනින ඒකකය මීටර වේ.

අදාල යුදුම් ලක්ෂ්‍යවල බණ්ඩාංක දක්වමින්, මෙම බල, සංරචක ආකාරයෙන් නිරූපණය කරන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ පද්ධතිය $10P\ Nm$ ඝූර්ණය සහිත යුග්මයකට තුල්‍ය බව පෙන්වා, මෙම යුග්මයේ අභිදිශාව දක්වන්න.

D යනු $2i$ පිහිටුමෙ දෛශිකය සහිත ලක්ෂ්‍යය වෙයි. OAD ත්‍රිකෝණයේ පාද දිගේ පිළිවෙලින් යෙදූ, ඒවායේ දිගට සමානුපාතික අතිරේක බල තුනකින්, දෙන ලද පද්ධතිය සමතුලිතතාවට ගෙන ආ හැකි ය. මෙම බල දෛශික ආකාරයෙන් සොයන්න.

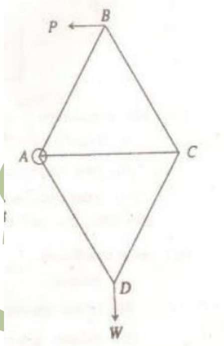
06)(a). බර W සහ දිග $2a$ වූ ඒකාකාර AB දණ්ඩක්, A කෙළවර රළු සිරස් බිත්තියකට ස්පර්ශ ව සමතුලිතතාවේ තබා ඇත; එය ආධාර කරනු ලැබ ඇත්තේ B අනෙක් කෙළවර, A ට සිරස් ව ඉහළින් බිත්තියේ පිහිටි C ලක්ෂ්‍යයකට සම්බන්ධ කෙරෙන සමාන $2a$ දිගින් යුත් සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගිනි, දණ්ඩ, උඩු සිරසට θ කෝණයකින් ආනත වන අතර, එය බිත්තියට ලම්බ සිරස් තලයක පිහිටයි.

තන්තුවේ ආතතිය සොයා $\theta \geq cot^{-1}\left(\frac{\mu}{3}\right)$ බව පෙන්වන්න; මෙහි μ යනු ඝර්ෂණ සඟුණකයයි.

(b). තල ආධාරකයේ අරය a වූ, ඒකාකාර ඝන අර්ධ ගෝලයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය, එම ආධාරකයේ සිට $\frac{3a}{8}$ දුරින් පිහිටින බව පෙන්වන්න.

ඒකාකාර ඝන වස්තුවක් සාදා ඇත්තේ, අරය a වූ සමපාත තල ආධාරකයක එකට පෑස්සූ ඝන අර්ධ-ගෝලයකින් සහ අඩ-සිරස් කෝණය α වූ ඍජු වෘත්ත කේතුවකිනි. මෙම වස්තුව අර්ධ ගෝලීය පෘෂ්ඨයේ ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයකින් තිරස් මේසයක් මත ස්පර්ශ කරමින් සමතුලිතතාවේ තිබිය හැකි නම් α හි අගය සොයන්න.

07). පසෙකින් දැක්වෙන රූප සටහනින් නිරූපණය වන්නේ සුමට ලෙස සන්ධි කරන ලද සමාන දිගින් යුතු සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත රාමු සැකිල්ලකි. රාමු සැකිල්ල, අචල A ලක්ෂ්‍යයෙහි දී සුමට ලෙස අසවු කර ඇති අතර, D හී දී W භාරයක් දරයි; එය, AC තිරස් වන පරිදි සිරස් තලයක සමතුලිතතාවේ තබා ඇත්තේ, B හි දී යොදන ලද CA දිශාවට සමාන්තර P බලයකිනි.



P හි විශාලත්වයත්, A අසව්වේ ප්‍රතික්‍රියාවේ තිරස් සහ සිරස් සංරචකත් සොයන්න. මෙම ප්‍රතික්‍රියාවේ දිශාව අපෝහනය කරන්න.

බෝ අංකනය භාවිතයෙන්, රාමු සැකිල්ල සඳහා ප්‍රත්‍යාබල රූප සටහනක් අඳින්න. ඒ නයින් , ආතති සහ තෙරපුම් වෙන්කර දක්වමින් , දඬු පහේ ප්‍රත්‍යාබල W ඇසුරෙන් සොයන්න.

08)(a). A සහ B යනු $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ සහ $P(A) = P(A|B') = \frac{5}{12}$ වන පරිදි වූ සසම්භාවී සිද්ධි දෙකකි; මෙහි B' යනු B හි අනුපූරක සිද්ධියයි.

i. $P(B|A)$
ii. $P(B)$
iii. $P(A|B)$ සහ
iv. $P(A \cup B)$ යන මේව සොයන්න.

A සහ B සිද්ධි අන්‍යෝන්‍ය වශයෙන් බහිෂ්කාර වේ ද? ඒවා ස්වායත්ත වේ ද? එක් එක් අවස්ථාවේ දී ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

(b). "පිරිමි ළමයෙකුගේ ඉපදීම" සහ ගැහැනු ළමයෙකුගේ ඉපදීම සමසේ විය හැකි සිද්ධි සහ ස්වායත්ත සිද්ධි ලෙස උපකල්පනය කෙරේ. ළමයින් දෙදෙනෙකු සිටිනා පවුලකින් එක් ළමයෙක් පිරිමි බව දී ඇත. අනෙත් ළමයා,

i. පිරිමි වීමේ
ii. ගැහැනු වීමේ

සම්භාවීතා සොයන්න.

09). පහත දැක්වෙන වගුව, එක්තරා විදුලි බලබ නිශ්පාදනාගාරයක ප්‍රතිදාන අතුරෙන් සසම්භාවී ලෙස ගත් බල්බ 200 කින් සමන්විත නියැදියක ආයුකාලවල සමුහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකි.

ආයුකාලය(සති)	බල්බ ගණන
95-99	10
90-94	14
85-89	16
80-84	21
75-79	35
70-74	41
65-69	38
60-64	15
55-59	7
50-54	3

a) මෙම ආයුකාල වල
i. මධ්‍යස්ථය
ii. පහළ චතුර්ථකය
iii. ඉහළ චතුර්ථකය

යන මේවා එක් දශම ස්ථානයකට නිමානය කරන්න.

b) මෙම ව්‍යාප්තියේ
i. මධ්‍යනය
ii. සම්මත අපගමනය,
iii. කුටිකතා සගුණකය,

යන මේවා එක් දශමස්ථානයට අගයන්න.

මෙම ව්‍යාප්තියේ හැඩය කුමක්ද?